КИШИНЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И. КРЯНГЭ
КАФЕДРА ПЕДАГОГИКИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Магистерская учебная программа
Менеджмент и консультирование в начальном образовании

Людмила УРСУ



СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ. МАТЕМАТИКА

Руководство к индивидуальной работе студентов: учебно-методическое пособие

Кишинев, 2020

Утверждено на заседании Сената КГПУ им. Иона Крянгэ, протокол № 6 от 30.01.2020.

Автор:

Людмила УРСУ, д-р пед. наук, профессор, КГПУ им. Иона Крянгэ

Рецензенты:

Андрей БРАЙКОВ, д-р мат. наук, конференциар, ТГУ

Татьяна ДУБИНЯНСКИ, д-р пед. наук, конференциар, КГПУ им. Иона Крянгэ

Учебно-методическое пособие предназначено для магистрантов, обучающихся в КГПУ им. Иона Крянгэ по учебной программе «Менеджмент и консультирование в начальном образовании», и представляет собой руководство к индивидуальной работе по дисциплине «Современные теории и методологии начального образования. Математика».

Предлагаемые формы индивидуальной работы отвечают концепции формирования специалиста и направлены на обеспечение функциональности компетенций, развиваемых в ходе изучения дисциплины: графические органайзеры; структурированные кейсы (анализ конкретных ситуаций); дидактическое симулирование; тесты; групповые проекты.

Согласно куррикулуму учебной дисциплины, пособие структурировано по шести учебным единицам.

- По каждой учебной единице даны распределение часов и распределение заданий для индивидуальной работы в соответствии с содержанием обучения, затем описаны соответствующие задания.
- К каждому заданию прилагаются опорные материалы, сгруппированные по рубрикам «инфо банк» и «банк идей». Также приводятся критерии оценивания конечных продуктов индивидуальной работы студентов.
- В ряду индивидуальных заданий описаны две лабораторные работы, предлагаемые студентам для текущего оценивания, и исследование — финальное оценивание по курсу.

Приложения к пособию содержат образцы предлагаемых тестов, формы для текущего и финального оценивания.

Современные теории и методологии начального образования. Математика : Руководство к индивидуальной работе студентов: учебно-методическое пособие / Людмила Урсу ; Кишиневский государственный университет им. И. Крянгэ, Кафедра педагогики начального образования, Магистерская учебная программа, Менеджмент и консультирование в начальном образовании. – Кишинэу : Б. и., 2020 (Tipogr. UPS "Ion Creangă"). – 89 p. : fig., tab.

ISBN 978-9975-46-443-7.

373.091:51

У 727

СОДЕРЖАНИЕ

Куррикулум учебной дисциплины «Современные теории и методологии начального образования (математика)»..... 5

Учебная единица 1.	**Концептуально-стратегические основы менеджмента куррикулума по математике для начального образования.....**	**9**
1.1.	Графический органайзер.....	10
	Инфо банк	10
	Банк идей	12
1.2.	Кейс	13
	Инфо банк	13
1.3.	Кейс	16
	Инфо банк	16
Учебная единица 2.	**Формирование специфической компетенции распознавать и применять математические понятия в различных ситуациях, доказывая верность и связность математического языка.....**	**19**
2.1.	Кейс.....	20
	Инфо банк	20
2.2.	Кейс	24
	Инфо банк	24
2.3.	Групповой проект.....	25
Учебная единица 3.	**Формирование специфической компетенции применять арифметические действия и их свойства в разнообразных контекстах, выражая внимание и интерес к верным, удобным и быстрым вычислениям.....**	**26**
3.1.	Кейс.....	27
	Инфо банк	27
	Банк идей	29
3.2.	Дидактическое симулирование	30
	Инфо банк	31
3.3.	Кейс.....	37
3.4.	Лабораторная работа (I текущее оценивание).....	37
Учебная единица 4.	**Формирование специфической компетенции решать математические задачи, проявляя критическое мышление для принятия рационального плана решения.....**	**39**
4.1.	Тест.....	40
	Инфо банк	40
4.2.	Тест	42
	Инфо банк	42
4.3.	Тест.....	44
	Инфо банк	44
4.4.	Лабораторная работа (II текущее оценивание).....	51
	Банк идей	52
Учебная единица 5.	**Формирование специфической компетенции осуществлять изыскания/ исследования для решения/ формулирования проблемных ситуаций/ задач, проявляя любознательность и творчество при интеграции математических и других навыков.....**	**66**

5.1. Групповой проект..... 67
5.2. Групповой проект..... 67
Инфо банк 68

Учебная единица 6. Особые вопросы педагогического дизайна учебной дисциплины Математика в начальной школе 73
Исследование (финальное оценивание)..... 74

Приложения 75
1. Лабораторная работа № 1. Проектирование, проведение, самооценивание математического диктанта в контексте КОД (I текущее оценивание)..... 76
2. Тест № 1. Простые задачи (образец)..... 77
3. Тест № 2. Составные задачи с относительно явными действиями(образец)..... 80
4. Тест № 3. Составные типовые задачи с пропорциональными величинами (образец)..... 81
5. Лабораторная работа № 2. Проектирование и проведение работы над задачей. Методическое консультирование (II текущее оценивание)..... 82
6. Экзаменационная работа. Исследование: дидактическая технология педагогического сопровождения 85

КУРРИКУЛУМ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Название программы обучения	Менеджмент и консультирование в начальном образовании
Цикл	II
Название курса	Современные теории и методологии начального образования (математика)
Факультет/Кафедра, ответственная за курс	Педагогических наук и Информатики/ Педагогика Начального Образования
Ответственный за курс	Людмила Урсу, д-р наук, профессор
e-mail	lursu@mail.ru

Код курса	Кол-во кредитов	Год обучения	Семестр	Кол-во часов	Всего часов	
					Прямого общения	Индивидуального учения
S.01.O.005	10	I	1	300	70	230

Краткое описание дисциплины в контексте учебной программы

Учебная дисциплина *Современные теории и методологии начального образования (математика*) является частью системы дисциплин с тем же общим названием, посвященных, соответственно, современным теориям и методологиям по русскому языку и литературе, познанию мира, искусствам и технологиям.

Данная учебная дисциплина призвана структурно развить и дополнить профессиональные компетенции по дидактике математики, приобретенные в рамках учебных программ лиценциата *0113.1 Педагогика начального образования*, а также экстраполировать эти компетенции на области профессиональных стандартов дидактических и менеджерских кадров.

Компетенции, развиваемые в процессе изучения дисциплины

1. Интерпретация современных теорий и методологий дидактики математики в начальных классах с позиций менеджмента куррикулума для начального образования;
2. Применение внутри-, меж-, мульти- и трансдисциплинарных связей в контексте внедрения образовательных политик по математике в начальных классах;
3. Разработка теоретико-прикладных исследований по актуальным аспектам дидактики математики в начальных классах;
4. Формулировка и аргументация собственных точек зрения в области дидактики математики в начальных классах;
5. Самооценка и взаимная оценка учебных процессов и продуктов;
6. Проектирование собственных путей продолжения профессионального формирования в самостоятельном или автономном режиме.

Конечные цели изучения дисциплины

По окончании изучения курса, студент покажет, что способен:

1. Внедрять передовые теории и методологии при разработке, проведении и оцениванию учебной деятельности по математике в начальных классах, в контексте актуальных образовательных политик;
2. Осуществлять менеджмент куррикулума по математике для начального образования на уровне класса, учебного заведения;
3. Практиковать современные технологии педагогической поддержки учащихся с целью повышения успеваемости по математике в начальных классах;
4. Анализировать ресурсы из специализированных и междисциплинарных областей как основу для развития собственных идей, применимых к обучению математике в начальных классах;

5. Оценивать изменения в образовательной среде с целью оперативного реагирования на необходимость актуализации профессиональной деятельности по математике в начальных классах;
6. Производить педагогические исследования в соответствии с принципами и нормами профессиональной этики и использовать результаты в практике обучения математике в начальных классах;
7. Самостоятельно управлять своей карьерой, имея в виду профессиональные достижения в области дидактики математики в начальных классах.

Предпосылки

Учебная дисциплина *Дидактика математики* в рамках учебных программ лиценциата в области *0113.1 Педагогика начального образования.*

Учебные единицы

1. Концептуально-стратегические основы менеджмента куррикулума по математике для начального образования.
2. Формирование специфической компетенции распознавать и применять математические понятия в различных ситуациях, доказывая верность и связность математического языка.
3. Формирование специфической компетенции применять арифметические действия и их свойства в разнообразных контекстах, выражая внимание и интерес к верным, удобным и быстрым вычислениям.
4. Решать математические задачи, проявляя критическое мышление для принятия рационального плана решения.
5. Формирование специфической компетенции осуществлять изыскания/ исследования для решения/формулирования проблемных ситуаций/задач, проявляя любознательность и творчество при интеграции математических и других навыков.
6. Особые вопросы педагогического дизайна по математике в начальной школе.

Методы обучения

- Методы обучения, основанные на:
  - общении: объяснение, описание, беседа, проблематизация, работа с информационными ресурсами;
  - исследовании: наблюдение, структурированные кейсы, моделирование, дидактическое симулирование;
  - действии: упражнения, разработка проектов, обучение через рабочие задания, ролевые дидактические игры;
  - рационализации: алгоритмизация.
- Техники развития критического мышления: SINELG, трехступенчатое интервью, графический органайзер, многоступенчатый опрос, техники группового сотрудничества и т. д.

Стратегии оценивания

- Текущее оценивание 1: Лабораторная работа;
  Текущее оценивание 2: Лабораторная работа.
- Финальное оценивание: Исследование.
- Роль взаимного оценивания и самооценивания подчеркивается в контексте формирования профессиональной компетенции по самоуправлению карьерой. С этой целью, учебные продукты, выполненные студентами в цифровом формате, проверенные преподавателем и сопровожденные оценочными суждениями и рекомендациями, будут храниться на электронном ресурсе курса (диск Google).

Библиография

Нормативные документы:

1. Standarde de eficienţă a învăţării. Chişinău: ©ME; Lyceum, 2012. https://mecc.gov.md/sites/default/files/standarde_de_eficienta_a_invatarii.pdf
2. Programa pentru evaluarea finală a rezultatelor şcolare în învăţământul primar, Matematică, validată prin Ordinul MECC nr.1689 din 23.12.2019. https://ance.gov.md/sites/default/files/matematica_cl4_2019_programa.pdf
3. Standarde de competenţă profesională ale cadrelor manageriale din învăţământul general, aprobate prin Ordinul ministrului educaţiei nr. 623 din 28.06.2016. https://mecc.gov.md/sites/default/files/standarde_cadre_manageriale.pdf
4. Standarde de competenţă profesională ale cadrelor didactice din învăţământul general, aprobate prin Ordinul ministrului educaţiei nr. 623 din 28.06.2016. https://mecc.gov.md/sites/default/files/standarde_cadre_didactice.pdf
5. Planul educaţional individualizat. Structura-model şi ghidul de implementare (ediţie revizuită şi adaptată), aprobat prin Ordinul MECC nr. 671 din 01.07.2017. http://edusoroca.md/wp-content/uploads/2018/09/PLANUL_educational_2018.pdf
6. Curriculum naţional. Învăţământ primar, aprobat prin Ordinul MECC nr. 1124 din 20.07.2018.
   https://mecc.gov.md/sites/default/files/curriculum_primare_site.pdf
   https://mecc.gov.md/sites/default/files/curriculum_primare_rus_site.pdf
7. Ghid de implementare a curriculumului pentru învăţământul primar. Chişinău: ©MECC; Lyceum, 2018.
   https://mecc.gov.md/sites/default/files/ghid_curriculum_primare_rom_5.pdf
   https://mecc.gov.md/sites/default/files/ghid_curriculum_primare_rus_tipar.pdf
8. Instrucţiunea privind managementul temelor pentru acasă în învăţământul primar, gimnazial şi liceal, aprobată prin Ordinul MECC nr. 1249 din 22.08.2018. https://mecc.gov.md/sites/default/files/instructiune_teme_pentru_acasa.pdf
9. Instrucţiunea privind organizarea învăţământului la distanţă pentru copiii cu dizabilităţi, aprobată prin Ordinul MECC nr. 1934 din 28.12.2018. https://mecc.gov.md/sites/default/files/anexa_la_ordinul_nr._1934_din_28.12.2018.pdf
10. Planul-cadru pentru învăţământul primar, gimnazial şi liceal, anul de studii curent
11. Repere metodologice privind organizarea procesului educaţional în învăţământul primar în anul de studii curent
12. Instrucţiunea privind organizarea procesului educaţional şi aplicarea curriculumului naţional pentru învăţământul primar în condiţiile activităţii simultane, aprobată prin Ordinul MECC nr. 1272 din 04.10.2019. https://mecc.gov.md/sites/default/files/instructiune_privind_organizarea_procesului_educational_si_aplicarea_curriculumului_national_pentru_invatamantul_primar_in_conditiile_activitatii_simultane-_copy.pdf
13. Nomenclatorul tipurilor de documentatie şcolară, aprobat prin Ordinul MECC nr. 1467 din 12.11.2019. https://mecc.gov.md/sites/default/files/ordin_modificare_nomenclator_1.pdf
14. Instrucţiunea privind completarea catalogului şcolar, clasele I-IV, aprobată prin Ordinul MECC nr. 842 din 03.07.2019, modificată prin Ordinul MECC nr. 469 din 13.11.2019. https://mecc.gov.md/sites/default/files/ordin_nr_842_din_03.07.2019.pdf https://mecc.gov.md/sites/default/files/ordin1469_din13.11.2019catalog.pdf
15. Metodologia privind evaluarea criterială prin descriptori în învăţământul primar, aprobată prin Ordinul MECC nr. 1468 din 13.11.2019. https://mecc.gov.md/sites/default/files/mecd_1-4_15.11.2019_site.pdf
16. Ghid de implementare a metodologiei privind evaluarea criterială prin descriptori în

învăţământul primar, clasele I-IV. Chişinău: ©MECC, 2019. https://mecc.gov.md/sites/default/files/ghid_ecd_1-4_20.11.2019_site_final.pdf
17. Modele de proiecte didactice de lungă durată, anul de învăţământ curent https://mecc.gov.md

Учебные пособия по университетскому курсу:

18. Ursu L. Repere teoretico-aplicative pentru ghidarea studiului individual al studenţilor la didactica matematicii – Chişinău: UPS „Ion Creangă", 2015. http://dir.upsc.md:8080/xmlui/handle/123456789/323

Школьные учебники и пособия к ним:

19. Урсу Л., Лупу И., Ясинсики Ю. Математика. Учебники для 1-4 классов http://ctice.gov.md/manuale-scolare/
20. Урсу Л., Лупу И., Ясинсики Ю. Математика. Пособие для учителей и родителей, 1 класс – Chişinău: Prut Internaţional, 2008.
21. Урсу Л., Лупу И., Ясинсики Ю. Математика. Пособие для учителей и родителей, 2 класс – Chişinău: Prut Internaţional, 2009.
22. Урсу Л., Лупу И., Ясинсики Ю. Математика. Пособие для учителей и родителей, 3 класс – Chişinău: Prut Internaţional, 2010.
23. Урсу Л., Лупу И., Ясинсики Ю. Математика. Пособие для учителей и родителей, 4 класс – Chişinău: Prut Internaţional, 2011.

Рекомендованная специальная литература:

24. Pogolşa L. Teoria şi praxiologia managementului curriculumului. Chişinău: Lyceum, 2013.
25. Ursu L., Cîrlan L. Strategii didactice interactive în învăţămîntul matematic primar. – Chişinău: UPS „Ion Creangă", 2008.
26. Ursu L., Rusuleac T. Formarea diferenţiată a competenţelor de rezolvare a problemelor la elevii claselor primare – Chişinău: Garomond, 2008.
27. Пойа Дж. Как решать задачу – М.: ГУПИ, 1959.
28. Урсу Л. Простые задачи на сложение и вычитание в первом классе. Обучение, центрированное на учащемся. В: Învăţătorul modern. Специальный выпуск на русском языке, № 1, 2019. – стр. 78-88.
29. Урсу Л. Составные типовые задачи с пропорциональными величинами в начальной школе. В: Învăţătorul modern. Специальный выпуск на русском языке, № 3, 2019. – стр. 78-88.



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 1

КОНЦЕПТУАЛЬНО-СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕНЕДЖМЕНТА КУРРИКУЛУМА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

➲ **Распределение часов**

Всего часов	Прямое общение			Индивидуальная работа
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
28	4	4	-	20

➲ **Распределение заданий для индивидуальной работы студентов**

Содержание обучения		Задания для индивидуальной работы
Лекции	1. Концептуальные и проективные основы менеджмента куррикулума по математике для начального образования, на уровне класса учеников и на уровне учебного учреждения.	Работа с информационными ресурсами
	2. Основы построения дидактических стратегий в начальном курсе математики.	
Семинарские занятия	1. Развитие специфических компетенций и основных областей содержания в рамках куррикулума по математике для начального образования.	1.1. Графический органайзер
	2. Построение дидактических стратегий на уроках математики в начальных классах.	1.2. ; 1.3. Структурированные кейсы

1.1. ГРАФИЧЕСКИЙ ОРГАНАЙЗЕР

Задания для работы в группах:

- составить графический органайзер, представляющий развитие в рамках куррикулума по математике для начальных классов:
  а) одной из специфических компетенций;
  б) одной из основных областей содержания;
- представить коллегам составленный органайзер и ответить на вопросы.

Критерии оценивания конечного продукта:

- выбор типа графического органайзера: обоснованность; оригинальность;
- подбор информации: достоверность; полнота;
- логические связи: достоверность; полнота;
- презентация продукта: релевантность.

ИНФО БАНК

Графические (**визуальные**) **органайзеры** представляют собой инструментарий письменной коммуникации, использующий графическую нотацию для репрезентации знаний, концепций, идей, а также взаимосвязей и отношений между ними. Как дидактическое средство, выполняющее иллюстративную, коммуникативную и когнитивную функции, графические органайзеры применяются не только в качестве носителя информации, но и для поддержки деятельности обучающихся при планировании образовательных проектов, решении проблем, принятии решений, проведении исследований.

Основные типы визуальных органайзеров:

1. Последовательные органайзеры (*sequential organizers*) используются для представления информации, которая может быть выстроена в последовательность или соотнесена с временной шкалой:

- шкалы времени отражают события в хронологическом порядке;
- блоковые диаграммы (в том числе блок-схемы) описывают порядок выполнения отдельных этапов алгоритма или процесса;
- цикличные диаграммы показывают отдельную итерацию цикла – упорядоченную серию событий, повторяющихся в том же самом порядке.

2. Графические органайзеры сравнения и сопоставления (*compare/ contrast organizers*) применяются для идентификации сходств и различий между двумя или более категориями объектов:

- диаграммы Венна показывают все возможные логические взаимосвязи между конечным набором множеств;
- Т-диаграммы отражают две стороны вопроса, например аргументы «за» и «против», плюсы и минусы, факты и мнения;
- квадранты демонстрируют взаимосвязь между двумя множествами концептов.

3. Иерархические органайзеры (*hierarchical organizers*) позволяют упорядочить объекты, элементы, понятия и т. д. по уровням на основе их рангов и / или свойств. К иерархическим визуальным органайзерам относятся:

- треугольные (пирамидальные) диаграммы, в которых высота уровня (слоя) представляет его статус в иерархии, а ширина – количество принадлежащих этому уровню элементов;

- деревья, используемые для представления структур и классификаций по нескольким основаниям.

4. Концептуальные органайзеры (*conceptual organizers*) раскрывают смысл концепта или множества концептов, ключевые идеи в изучаемой теме, позволяя визуализировать поддерживающие их основания (факты, характеристики, описания):

- ментальные карты (интеллект-карты) сфокусированы на одной центральной идее, которая детализируется посредством радиальной иерархии и древовидных структур, состоящих из категорий, связанных с этой идеей;
- концепт-карты используются для представления в явном виде наиболее релевантных взаимосвязей между множеством концептов с использованием разнообразных паттернов;
- семантические сети используют графическую нотацию и формальный язык для разработки модели знаний предметной области, отражающей семантические (смысловые) взаимосвязи между концептами.

5. Графические органайзеры данных (*data representation organizers*) – графики, гистограммы, круговые диаграммы, сетки, таблицы – предназначены для визуального представления количественных данных в схематической форме.

Для построения визуальных органайзеров может быть использован широкий спектр компьютерных инструментальных средств, которые позволяют создавать когнитивные графические образы, обладающие следующими уникальными свойствами: наглядность, коммуникативность, когнитивность, информационная открытость, метафоричность, многомерность.[1]

Распечатать готовые формы для графического способа представления информации можно на следующих сайтах:

http://www.teachervision.fen.com/graphic-organizers/printable/6293.html?detoured=1
http://www.superteacherworksheets.com/graphic-organizers.html
http://www.eduplace.com/graphicorganizer/
http://www.studenthandouts.com/graphicorganizers.htm

Учитель может воспользоваться и другими сервисами WEB 2 для создания различных графических организаторов учебной информации, например:

- **FreeMind** — бесплатно загружаемая программа для создания диаграмм, таблиц и других графических способов представления организации;
- **Concept Map** — онлайн-сервис для создания графических органайзеров;
- **Dropmind** —ресурс для создания презентаций в графическом формате;
- **Mind42** — бесплатный ресурс для создания различных диаграмм в команде, позволяющий одновременно работать над диаграммой нескольким пользователям;
- **Mindomo** — бесплатный интернет-ресурс, предоставляющий разнообразные возможности для создания блок-схем и презентаций на их основе;
- **Exploratree** — бесплатный интернет-ресурс, позволяющий пользоваться огромной коллекцией готовых графических органайзеров, а также их редактировать или создавать свои собственные.

[1] Бойченко Г.Н. Графические органайзеры как средство обучения: дидактические функции и перспективы применения. http://ito.su/main.php?pid=26&fid=9278

БАНК ИДЕЙ

Пример табличной организации информации. Куррикулумное развитие компетенции по решению задач с пропорциональными величинами.

	Единицы компетенций	Единицы содержания	Рекомендуемые виды учебной деятельности и ее результаты/ продукты
2 класс	**3.6.** Исследование зависимости между количеством, ценой и стоимостью в контексте жизненных проблемных ситуаций, связанных с куплей-продажей	**3. Арифметические действия в концентре 0 – 100** • Задачи, решаемые в 1-2 из изученных арифметических действий. Запись решения задачи примером	Решение простых задач; Решение составных задач; Решение проблемных ситуаций из повседневной жизни, требующих вычислений; Составление задач; Определение значения истинности математического предложения; Неполное предложение (с отсутствующими числами/ словами); Дополнение таблиц/схем; Игровая математическая деятельность; Сотрудничество в команде; Групповой проект.
	4.4. Исследование жизненных проблемных ситуаций, связанных с измерениями.	**4. Интуитивные элементы геометрии и измерений** • Единицы измерения: - длины: см, м; - массы: кг; - емкости: л; - времени: мин; ч; сутки; неделя; месяц; - денежные единицы: бан, лей.	
3 класс	**3.4.** Решение задач по плану или с пояснением, а также примером. **3.5.** Формулировка задач с опорой на: неполный текст задачи; краткую запись; арифметические действия; пример; тематику. **3.7.** Исследование жизненных проблемных ситуаций, требующих применения изученных арифметических действий и методов решения.	**3. Умножение и деление в концентре 0 – 1 000** • Задачи в 1-3 действия. Метод приведения к единице.	
	4.6. Исследование жизненных проблемных ситуаций, предполагающих выполнение арифметических действий над результатами измерений.	**4. Интуитивные элементы геометрии и измерений** • Единицы измерения: - длины: см, дм, м; - массы: кг; - ёмкости: л; - времени: мин; ч; сутки; неделя; месяц; год; десятилетие; век; - денежные: бан, лей. • Преобразования единиц измерения.	
4 класс	**3.4.** Решение задач по плану или с пояснением, а также примером. **3.5.** Формулировка задач с опорой на: неполный текст задачи; краткую запись; арифметические действия; пример; тематику. **3.7.** Исследование жизненных проблемных ситуаций, требующих применения изученных арифметических действий и методов решения.	**3. Умножение и деление в концентре 0 – 1 000 000** • Задачи в 1-3 действия. Задачи на пропорциональную зависимость. Метод приведения к единице. Способ отношений.	
	5.7. Исследование жизненных проблемных ситуаций, предполагающих выполнение арифметических действий над результатами измерений.	**5. Интуитивные элементы геометрии и измерений** • Единицы измерения: - длины: мм, см, дм, м, км; - массы: г, кг, т; - емкости: л; - времени: с, мин, ч, сутки, неделя, месяц; год; десятилетие, век; тысячелетие; - денежные единицы: бан, лей. • Преобразования единиц измерения.	

1.2. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: страница учебника математики, предназначенная для добывания новых математических знаний.

Вопрос к кейсу: как оптимально построить индуктивно-дедуктивную дидактическую стратегию для работы на уроке по заданной странице учебника?

Работа с кейсом:

- при подготовке к семинарскому занятию студенты схематично составляют и аргументируют индивидуальные варианты построения индуктивно-дедуктивной стратегии;
- индивидуальные варианты обсуждаются и дорабатываются на занятии, в группах;
- принятые в группах варианты выносятся на фронтальное обсуждение.

Критерии оценивания:

- соблюдение алгоритма построения индуктивно-дедуктивных дидактических стратегий в контексте данного урока;
- проявление творческого отношения;
- аргументированность позиции.

ИНФО БАНК

ИНДУКТИВНО-ДЕДУКТИВНЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ СТРАТЕГИИ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Основные стратегии введения математических знаний в начальных классах опираются на **индукцию**. Так называется путь познания, при котором мысль ученика движется от единичного к общему, от частных суждений к обобщениям.

Дедукция — это способ рассуждения (обратный индукции) от общего к частному, при котором новое знание о предмете выводится на основании правил и положений, общих для данного класса предметов и явлений. Дедукция играет важнейшую роль в применении учениками имеющихся у них знаний на практике, в использовании общих теоретических положений, носящих нередко отвлеченный характер, к конкретным явлениям — к решению задач и примеров, к выполнению заданий, связанных с вычислениями и измерениями.

Индукция и дедукция не могут действовать в чистом виде, они взаимосвязаны. Например, индуктивным путем формируется представление о типе задачи (например, в случае задач на пропорциональное деление или на нахождение чисел по двум разностям). Ученики решают ряд задач данного типа, выделяя в них существенное, типичное. Затем, встречая подобную задачу, ученик распознает те существенные признаки, которые характерны для задач этого типа, и применяет (конкретизирует) общий способ решения. Так, **знание, добытое индуктивным путем, становится основой получения новых знаний дедуктивным путем.**

Индукция и дедукция, наряду с анализом, синтезом, абстракцией и обобщением, являются методами научного познания и в то же время методами обучения. Чтобы обеспечить полноценное усвоение, нужно выбрать целесообразное соотношение индукции и дедукции, отвечающее возрастным особенностям школьников. Для начального обучения математике наиболее эффективны **индуктивно-дедуктивные стратегии**, при которых осуществляется переход от рассмотрения частных случаев к общим выводам и правилам, а затем, в свете общих положений, осмысливаются другие частные факты.

Алгоритм построения индуктивно-дедуктивных стратегий:

1. Актуализируются математические знания, необходимые для введения нового.
2. Новое знание исследуется на частных моделях (предметных, графических, символических) и выявляются существенные признаки нового.
3. Строится вербальная модель нового: формулируется обобщающее математическое положение (определяющее описание, правило, свойство), строгость которого определена возрастными особенностями учащихся.
4. Сформулированное обобщение конкретизируется в процессе feedback-а на основе системы заданий, специально разработанной для осознания нового и предотвращения возможных ошибок (типичных).
5. Новое знание интегрируется в систему ранее усвоенных и становится функциональным в процессе развития соответствующих математических умений и навыков.

Поясним второй этап выше приведенного алгоритма.

В соответствии с особенностями младшего школьного возраста, введение любого математического понятия проходит ряд фаз (этапов), определяемых теми способами, которыми моделируется новое понятие.

Предметные модели предполагают работу с конкретным раздаточным дидактическим материалом (мелкие предметы, разрезные фигуры). Целью работы на первом этапе является осознание ребенком конкретного смысла вводимого понятия.

Графические модели предусматривают переход от предметных действий к их схематическому представлению на рисунках. Выполненные рисунки не должны передавать детали конкретных предметов, но могут отражать их цвет, форму, соотношение размеров.

Символические модели обеспечивают перевод схематических представлений на символический уровень: запись цифрами и знаками.

Необходимо уточнить, что, чем младше школьник, тем значимее предметная фаза. Однако, даже в 4-ом классе не стоит полностью отказываться от предметных моделей. Значимость этой фазы определяется в зависимости от характеристик вводимого математического знания и специфики усвоения в конкретном классе.

Основные сложности реализации индуктивно-дедуктивных стратегий относятся к этапам, на которых выполняют обобщения. Рассмотрим несколько примеров.

1) На первых порах детям сложно выделять и осознавать существенные свойства, отделяя их от многочисленных несущественных сторон определенных фактов и явлений. Часто именно несущественные свойства выступают наглядно и прежде всего бросаются в глаза ребенку. Например, попробуйте предложить ребенку, у которого еще не сформировались числовые представления, одно и то же количество предметов (например, десять пуговиц), расположив их по-разному: в одном случае — в виде тесного круга, в другом — образуйте из них вытянутую в длину фигуру. Если вы спросите ребенка, где, в какой кучке предметов больше, то он вам укажет ту, которая занимает большее место в пространстве. Таким образом, суждения ребенка определяются формой, расположением предметов в пространстве, и за этими наглядно выраженными свойствами он еще не замечает количественных соотношений.

2) Очень важное значение для математического развития первоклассников имеет понимание того, что результат выполняемых ими числовых операций (сложения,

вычитания) не зависит от предметов счета. То есть, если дети складывают 4 и 2, например, на кубиках, они получат тот же числовой результат, что и при использовании любых других предметов, (палочек, пуговиц и др.). Чтобы проверить, сформировалось ли у детей это необходимое обобщение, можно предложить ученику прибавить к 4 кубикам 2 кубика и, когда он назовет результат, задайте ему вопрос, сколько будет, если прибавить к 4 карандашам 2 карандаша. Школьник, у которого сформировалось обобщение, ответит «будет тоже 6» или «все равно 6». Тот же, который такого обобщения не сделал, захочет взять карандаши для того, чтобы заново произвести числовую операцию. Для формирования подобного обобщения необходимо наглядно показывать детям, что результат счета не изменяется, хотя предметы могут быть самыми различными. В этом ученик должен неоднократно убеждаться на собственном опыте.

3) Некоторые ученики могут не распознать квадрат, если его стороны наклонны, так как чаще всего они встречали квадраты с горизонтальными и вертикальными сторонами. Так же, некоторые учащиеся могут не распознать прямоугольник, длина которого гораздо больше его ширины, так как у них сложилось ошибочное представление о том, что соотношение длины смежных сторон является существенным признаком, характеризующим данное понятие. Подобное ошибочное обобщение не сложилось, если бы дети наблюдали и строили прямоугольники с различным соотношением сторон.
4) При решении текстовых задач встречаются разнообразные ошибки обобщения. Например, дети считают, что определенное слово или словосочетание неизменно связано с определенным арифметическим действием. Так, после знакомства с простыми задачами на увеличение числа на несколько единиц, некоторым детям бывает достаточно прочитать в условии задачи «на … больше», как они уже считают, что задача решается сложением.

Во всех этих случаях, чтобы обеспечить формирование верных обобщений, нужно целесообразно подобрать ряд конкретных примеров, которые помогут детям понять, например, что могут встречаться прямоугольники с разным соотношением длин смежных сторон или что выражение «на … больше» может определять не только сложение, но и вычитание (в случае косвенной синтаксической конструкции).

Итак, **необходимым условием формирования верных обобщений у младшеклассников является варьирование (изменение) несущественных признаков понятий, свойств и фактов при постоянстве существенных признаков.** При этом очень важно, чтобы школьники сами активно изменяли несущественные стороны явлений и фактов, иллюстрируя то или иное понятие, закономерность, свойство.

Важно отметить, что индуктивный тип построения рассуждений соответствует возрастным особенностям учащихся начальных классов, однако является обратным дедуктивному типу, характерному для математики, как науки. Это противоречие обуславливает, в некоторой мере, сложности, возникающие у учащихся 5-6 классов при изучении математики.

Чтобы предотвратить подобные сложности, необходимо постепенно, большей частью в 3-4 классах, стимулировать дедуктивную составляющую в математических рассуждениях учащихся. Этому способствуют такие учебные задания, как:

- решение составных задач примером, без предварительной записи решения по действиям;
- составление текстовых задач по заданному примеру;

- доказательство ложности утверждения с помощью подходящего контрпримера и т. д.

Индуктивно-дедуктивные стратегии формирования математических знаний основываются на подборе и структурировании системы учебных заданий, направляющих учащихся к выявлению существенных свойств понятия, к раскрытию закономерностей или к выводу правил. Это требование обеспечивается действующими учебниками. Роль учителя состоит в выборе и реализации методического подхода, оптимального для данного класса.

1. 3. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: задания на выбранной странице учебника математики, в рубрике «Закрепляем, развиваем».

Вопрос к кейсу: как оптимально структурировать учебные задания для работы на уроке?

Работа с кейсом:

- при подготовке к семинарскому занятию студенты составляют и аргументируют индивидуальные варианты структурирования заданий;
- индивидуальные варианты обсуждаются и дорабатываются на занятии, в группах;
- принятые в группах варианты выносятся на фронтальное обсуждение.

Критерии оценивания конечного продукта:

- соблюдение принципов структурирования системы упражнений и задач в контексте данного урока;
- проявление творческого отношения;
- аргументированность позиции.

ИНФО БАНК

ПРИНЦИПЫ СТРУКТУРИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАЖНЕНИЙ И ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Структура системы заданий по математике строится по трем обязательным принципам: полноты, однотипности, непрерывного повторения. Для реализации непрерывного повторения используются альтернативные принципы: противопоставления и дидактического контрпримера.

Принцип полноты

Система заданий удовлетворяет принципу полноты, если она обеспечивает формирование куррикулумных компетенций в процессе усвоения соответствующих содержаний и исключает возможности формирования ошибочных ассоциаций. Учебники должны гарантировать соблюдение этого принципа.

Если учитель отходит от учебника, то, подбирая задания к уроку, он должен следить за соблюдением принципа полноты. Например, в школьной практике встречаются случаи, когда предлагаются больше задач на деление на равные части, чем на деление по содержанию. В результате у учащихся может сформироваться неполное представление о действии деления.

Самостоятельное соблюдение учителем принципа полноты невозможно без высокого уровня математической и методической культуры.

Принцип однотипности

Систему заданий, которая содержит задачи или примеры одного типа, называют однотипной.

Чтобы сформировать умение, к какой бы области познания оно не относилось, необходимо выполнить определенное количество однотипных упражнений. Следовательно, принцип однотипности является обязательным при структурировании систем учебных заданий.

Однако, помимо положительного эффекта, однотипность имеет и отрицательный эффект. При выполнении большого числа однотипных упражнений наблюдается снижение внимания и интереса, ослабление активности мыслительной деятельности, что приводит к механическому подходу к решению и повышает риск допущения ошибок. Для нейтрализации этих нежелательных эффектов рекомендуются другие, альтернативные принципы, которые используются наряду с обязательным соблюдением полноты и однотипности.

Принцип непрерывного повторения

В однотипную систему заданий по новой теме включаются задания из предыдущих разделов. Цель их включения – устранение отрицательных эффектов однотипности, а также систематическое и непрерывное повторение изученного. Структура такой системы заданий имеет вид: T_1, T_2, T_3, M_1, T_4, T_5, T_6, M_3, T_7, T_8, T_9, M_4, T_{10}, ..., где T_i – однотипные задания по новой теме, а M_i – задания других типов из ранее пройденных тем. В этой структуре существенным является то, что задания одного типа группируются подряд по три. Целесообразность подобной группировки обусловлена закономерностью Шеварева[2], из которой следует, что к четвертому однотипному заданию внимание учащихся ослаблено. Включение задания другого типа (из повторения), внешне сходного с T_3, имеет целью намеренно спровоцировать ошибку учащихся. Ошибка анализируется, уверенность учащихся в безошибочности своих действий уменьшается, следовательно, повышается их внимание и интерес. Активность мыслительной деятельности возрастет, даже если учащиеся не допустят ошибку, так как был нарушен ряд условий закономерности Шеварева.

Не рекомендуется группировка однотипных упражнений менее, чем по три подряд, так как этого недостаточно для того, чтобы более слабые учащиеся сформировали нужные умения. Обычно, такие учащиеся лишь слушают решение первого задания, второе задание начинают понимать, и только третье – пытаются решить. Если удается, то уверенность в собственных силах растет. А без уверенности ослабевает внимание и интерес. Однако, к четвертому однотипному заданию, результативность обучения ослабевает в любом случае.

Если все же учитель находит необходимым решение подряд большего числа однотипных заданий, то рекомендуется варьирование учебных контекстов. Например, задания T_1 и T_2 выполняются фронтально, T_3 и T_4 – в парах или индивидуально, а T_5, T_6, T_7... – в конкурсном игровом ключе.

---

[2] Одна из девяти закономерностей формирования учебных математических умений и навыков: «Если при изучении новой темы выполняются условия: 1) учащемуся предлагают задания только одного типа; 2) решение каждого из них сводится к одной и той же операции; 3) эту операцию (ее результат) учащемуся не приходится выбирать среди других возможных в сходных ситуациях; 4) данные задания не являются для учащегося непривычными; 5) он уверен в безошибочности своих действий, — то к третьему заданию учащийся прекращает обосновывать решение. Если хотя бы одно из перечисленных условий нарушается при выполнении какого-либо задания, то учащийся начинает обосновывать решение этого и одного-двух последующих заданий.» (Шеварев П. А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника, — М., 1959. — 302 с.)

Учебники не могут полностью обеспечить соблюдение принципа непрерывного повторения, так как в этом случае важна специфика усвоения в конкретном классе. Системы заданий учебника соответствуют этому принципу частично, отражая основные связи математических понятий и предупреждая типичные ошибки учащихся. Чтобы целесообразно подобрать для непрерывного повторения, рекомендуются альтернативные принципы, описанные ниже.

Принцип противопоставления

Принцип противопоставления предполагает чередование заданий на прямые и обратные арифметические действия/ умственные операции, а также чередование любых упражнений, включающих понятия, которые учащиеся различают с трудом и склонны смешивать (путать).

Пример 1. Увеличить число 5: а) на 3; б) в 3 раза.

Пример 2. Дано число 12. Найти его: а) половину; б) треть; в) четверть; г) удвоенное; д) утроенное.

Пример 3. а) Вычисли и прочитай пример, используя математическую терминологию: $3 \times (6 + 5)$; б) Запиши примером предложение: «Чему равна половина суммы чисел 16 и 14?»

Принцип дидактического контрпримера

Под дидактическим контрпримером понимаем любое задание, которое провоцирует учащихся на ошибку, тем самым помогая учителю предотвратить или выявить, устранить возможные ошибки и недостатки в понимании. В действующих учебниках математики для начальных классов дидактические контрпримеры представлены с помощью персонажа Незнайки (по принципу «учимся на чужих ошибках»).

Работа над дидактическими контрпримерами требует внимательного руководства, поэтому выполняется на уроке и не задается на дом.

Дидактические контрпримеры особенно эффективны на уроках, предваряющих оценивание кумулятивного типа (СО, ПФО), а также в ходе постоценочной деятельности. Анализируя контрольные работы учащихся, учитель должен выявить типы допущенных ошибок и составить по ним дидактические контрпримеры, которые рекомендуется трактовать в интерактивном ключе (в парах, в группах по четверо). Каждый дидактический контрпример должен завершаться формулировкой вывода и подтверждаться примерами.



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 2

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕЦИФИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ РАСПОЗНАВАТЬ И ПРИМЕНЯТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ В РАЗЛИЧНЫХ СИТУАЦИЯХ, ДОКАЗЫВАЯ ВЕРНОСТЬ И СВЯЗНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЯЗЫКА

➲ **Распределение часов**

Всего часов	**Прямое общение**			**Индивидуальная работа**
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
44	**4**	**4**	**2**	**34**

➲ **Распределение заданий для индивидуальной работы студентов**

Содержание обучения		**Задания для индивидуальной работы**
Лекции	1. Теоретико-методические основы формирования понятия о натуральном числе в 1-4 классах.	Работа с информационными ресурсами
	2. Теоретико-методические основы формирования понятия об арифметическом действии в 1-4 классах.	
Семинарские занятия	1. Аналогичность и вариативность дидактических стратегий на уроках по изучению чисел первого десятка в первом классе.	**2.1.** Структурированный кейс
	2. Особенности формирования геометрических понятий в начальной школе.	**2.2.** Структурированный кейс
Лабораторные занятия	1. Виды учебной деятельности по развитию навыков использования математической терминологии.	**2.3.** Групповой проект

2.1. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: долгосрочное и краткосрочное дидактическое проектирование в рамках учебной единицы «Натуральные числа 0-10» в первом классе.

Вопрос к кейсу: как оптимально использовать принципы аналогии и вариативности при проектировании уроков по изучению чисел первого десятка в первом классе?

Работа с кейсом:

- при подготовке к семинарскому занятию студенты разрабатывают, в краткой форме, индивидуальный вариант проекта урока по изучению одного из чисел первого десятка в первом классе;
- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в группах; в результате, в группах выявляются виды учебной деятельности, к которым целесообразно применить принципы аналогии и вариативности при проектировании других уроков данной учебной единицы;
- результаты работы в группах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя;
- затем каждый студент намечает собственную стратегию применения аналогии и вариативности к видам учебной деятельности на уроках в контексте долгосрочного проекта данной учебной единицы в первом классе.

Критерии оценивания конечного продукта:

- целесообразность решений по применению аналогии;
- целесообразность решений по применению вариативности;
- аргументированность идей;
- оригинальность.

ИНФО БАНК

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА В ПЕРВОМ КЛАССЕ

➲ Число 0

Нуль является характеристикой пустого множества. Чтобы помочь детям представить себе пустое множество, можно использовать различные методические приемы.

Установление соответствия между предметным множеством и цифрой, обозначающей соответствующее количество предметов/персонажей. Например: в пустом аквариуме 0 рыбок; в пустой клетке 0 птичек и т. д. Этим подходом можно воспользоваться до изучения сложения и вычитания, на этапе формирования у учащихся представлений о количественном числе. При таком подходе нуль может изучаться первым в ряду натуральных чисел первого десятка.

Нуль, как результат действия вычитания. В случае этого подхода нуль изучается после введения действия вычитания, например, перед числом 10.

Предлагаются предметные и/или графические модели, которые дети сначала описывают, а затем записывают числовыми равенствами. Можно предложить парные сюжетные картинки с изображением количественной и пустой совокупностей предметов/персонажей, задать вопрос «Что изменилось?», затем записать соответствующее действие вычитания равных чисел, вводя число 0, как его результат. Например: а) на картинке слева – 1 яблоко на тарелке, а на картинке справа – пустая тарелка; кто-то взял/съел яблоко и на тарелке не осталось ни одного яблока; говорим: «осталось 0 яблок»; пишем: $1 - 1 = 0$; б) на картинке слева клетка с двумя птичками, на картинке справа – пустая клетка; говорим: осталось 0 птичек; пишем: $2 - 2 = 0$ и т. д.

Если ограничиться одной лишь подобной моделью (например, 1 – 1 = 0), то дети рискуют сформировать ошибочные ассоциации о нуле, как о результате единственного вычитания (единицы из себя же).

Рекомендуются также проблемные ситуации, требующие последовательного выполнения действий вычитания. Например: а) в клетке было 3 птички, одна улетела, осталось 2 птички; пишем 3 – 1 = 2; б) потом улетела ещё одна птичка, и осталась одна птичка; пишем 2 – 1 = 0; в) когда улетела последняя птичка, в клетке не осталось ни одной птички; пишем 1 – 1 = 0.

➲ **Число 1**

Число 1 вводится при помощи построения предметных моделей (1 солнце, 1 луна, 1 мама, 1 нос, 1 подушка, 1 кошка, 1 яблоко и т. д.) и соответствующих графических моделей. Следует подбирать объекты таким образом, чтобы использовалось числительное как в женском, так и в мужском и в среднем роде. Например: одно яйцо (первое), один утенок (первый), одна уточка (первая).

Полезно подвести детей к пониманию того, что «один» — это может быть и мало, и много. Например: 1 дерево — это мало, а 1 лес — это много деревьев; 1 учащийся — это мало, а 1 класс — это много учащихся.

➲ **Числа от 2 до 10**

Для введения каждого натурального числа от 2 до 10 отводятся два урока. Первый урок направлен на формирование **количественного аспекта числа** (сколько?), а второй урок посвящен **порядковому аспекту числа** (который по счету?). После выстраивания определенных отрезков числового ряда проводятся интегрирующие уроки, например: «Числа от 1 до 3», «Числа от 1 до 5», «Числа от 0 до 10».

Раскрытие количественного аспекта натурального числа

Предметные модели

Берут два предметных множества: первое множество содержит столько элементов, сколько указывает предшествующее число; второе множество состоит из одного предмета. Этот предмет должен отличается от остальных либо цветом, либо формой, либо размером (иногда предназначением). Эти два множества объединяются, и учитель называет полученное множество. Например: было 3 больших яблока, добавили еще одно маленькое и получили всего 4 яблока.

Учитель направляет детей к пониманию *принципа образования нового числа*. Например: «Четыре — это три и еще один. Чтобы получить четыре, присчитали единицу к трем.»

Строятся другие предметные модели нового числа, например: 4 кубика, 4 морковки и т. д. Таким образом, достигается цель первого этапа: осознание ребёнком натурального числа, как общего свойства конечных равночисленных множеств.

Графические модели (числовые фигуры)

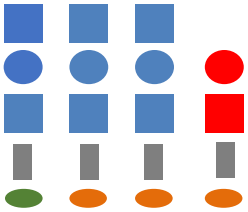
На этом этапе дети рисуют в тетрадях процесс образования нового числа.

Если первоначально число воспринимается ребенком как определенное количество реальных или изображенных на картинке объектов, то в дальнейшем эти объекты заменяются кругами, квадратами, точками и т. д. — *числовыми фигурами*. При переходе от предметных моделей к числовым фигурам происходит продвижение от конкретного к абстрактному. Яблоки, кубики, зайчики, птички и т. д. заменяются схематическими изображениями, и тем самым подчеркивается, что главное здесь — не особенности изображаемых объектов (это несущественный признак), а их количество.

Это позволяет постепенно вычленить количественную сторону окружающего мира как основной предмет изучения математики.

Например: Урок «Число и цифра 4» (учебник для 1-го класса[3], стр. 18). Работа по сюжетным картинкам.

- Что вы видите на полке? (3 синие чашки, 3 синие тарелки.) Изобразим эти чашки в тетрадях синими квадратами.
- Нарисуем под каждым квадратом синий кружок. Сколько кружков нарисовали? Как вы думаете – что мы теперь изобразили? (3 синие тарелки.)
- Что делает девочка? (Моет еще одну тарелку – красную.) Как это изобразить? (Нарисовать еще один красный кружок рядом с синими.)
- Сколько всего тарелок? (три и еще одна – четыре).
- Нарисуем теперь чашки, которые мальчик расставил на столе. Как будем рисовать? (Нарисуем 3 синих квадрата и еще 1 красный.) Сколько всего чашек на столе? (4) Как получилось 4? (три и еще одна.)
- Что еще по четыре вы видите на картинках? (4 ложки, 4 ножки стола, 4 лапы у кошки). Выполним подходящие рисунки (фигура 1).



Фигура 1. *Количественное число 4. Числовые фигуры*

Символическая модель — запись цифрой и осознание цифры как символа (знака) натурального числа. На этом этапе основной целью является установление триединой связи: предметное множество ↔ натуральное число ↔ цифра. Это значит, что, когда ребенок видит цифру, он способен назвать соответствующее число и привести соответственные примеры предметных множеств. *Например: «4 – это цифра. Этой цифрой записывается число «четыре». У собаки 4 четыре лапы, у стула четыре ножки.»* Подобные связи устанавливают не только отталкиваясь от цифры, но и от любого другого элемента этого триединства: от числа или от предметного множества.

Исследование состава числа

Для раскрытия всех случаев состава числа также строим разнообразные частные модели: предметные, графические, символические и вербальные. Поясним для числа 4.

Предметные модели (учитель работает на магнитной доске, учашиеся — на партах, индивидуально или в парах)

- *Пример 1*
- Выложите вертикально на партах 3 палочки. Как поступить, чтобы стало 4 палочки? Значит, как мы составили 4? (3 и еще 1)
- Выложите соответственно, под палочками, 2 клубнички. Как поступить, чтобы стало 4 клубнички? Как мы составили 4? (2 и еще 2)
- Положите ниже 1 кружок. Как поступить, чтобы стало 4 кружка? Как мы составили 4? (1 и еще 3)
- Повторим, как мы составляли число 4.
- *Пример 2*

[3] Урсу Л., Лупу И., Ясински Ю. Математика, учебник для 1-го класса. Chișinău: Prut, 2017.

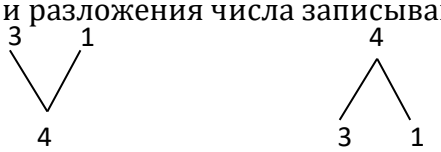
- У вас есть 3 красных и 3 синих круга. Выложите на парту 4 круга. Расскажите, как вы это сделали.

Графические модели

Комментированное выполнение графического упражнения, предложенного в учебнике, способствует раскрытию состава соответствующего числа. Например, на стр. 18 учебника для 1-го класса: «На деревце было 4 зеленых яблока. Потом 1 яблоко созрело и стало красным. Теперь на деревце тоже 4 яблока, но 3 зеленых и 1 красное. Потом созрело еще одно яблоко. Теперь на деревце тоже 4 яблока, но 2 зеленых и 2 красных и т. д.»

Символические модели

Случаи составления и разложения числа записывают с помощью вилки:



Заданий на состав числа должно достаточно для того, чтобы учащиеся непроизвольно запомнили все возможные случаи. Таким образом осуществляется необходимая подготовка к изучению табличных случаев сложения и вычитания.

Очень важно, чтобы задания на состав числа были разнообразными. Для этого используют печатную тетрадь ученика, различные карточки, подготовленные учителем, дидактические игры и другие виды учебной деятельности с игровыми, занимательными элементами, а также проводят первые математические диктанты.

Раскрытие порядкового аспекта натурального числа

При раскрытии порядкового аспекта натурального числа первого десятка следует ориентироваться на следующие аспекты.

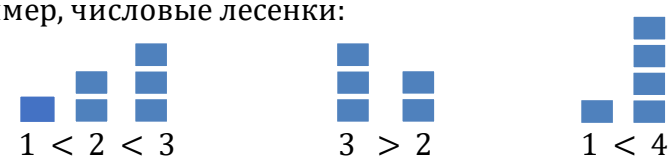
- ***Осознание связи между порядковым и количественным аспектами натурального числа***

Пример 1 (учебник для 1-го класса, стр. 18). «Сколько вначале было утят? (3) Что произошло потом? (Из яйца вылупилась еще одна уточка.) Сколько стало утят? («Три и еще одна, всего четыре» - произносим количественное числительное.) Какая по счету вылупившаяся уточка в ряду утят? («Четвертая» – произносим порядковое числительное.)»

Пример 2 (учебник для 1-го класса, стр. 33). «Покажите, кто сидит вторым слева. Это утенок или уточка? Опишите ее. (Она стесняется, наклонила голову, вытянула лапку.) Покажите, кто сидит на третьем справа месте. Это утенок или уточка? Опишите его. (Он внимательно слушает свою соседку, задумался, размечтался, чешет затылок.) А какое по счету место он занимает, если считать слева направо?»

- ***Сравнение натуральных чисел с помощью понятий больше/меньше/равно*** *(количественное сравнение групп предметов и/или числовых фигур)* ***и соответствующих знаков*** *(<, =, >)*

Например, числовые лесенки:



- ***Упорядочивание натуральных чисел по возрастанию и по убыванию***
- ***Отношение следования натуральных чисел***

Предшествующее и последующее чѝсла называют соседями числà. Для усвоения полезны задания на дополнение ряда последовательных чисел первого десятка как в возрастающем, так и в убывающем порядке, например: а) 1, ..., 3, ..., 5; б) 8, 7, ..., ..., 4.

- ***Постепенное формирование понятий о четных и нечетных числах***

Наблюдая на каждой странице введения нового числа ряд утят, которые вылупляются из яиц, учащиеся подметят, как они чередуются: утёнок – уточка, опять утёнок – уточка и т. д. Когда вылупляется утенок (первый, третий, пятый, седьмой и девятый), он еще без пары. Соответственно, 1, 3, 5, 7 и 9 — нечетные (непарные) числа. Когда следом вылупляется уточка (вторая, четвертая, шестая, восьмая и десятая) — все утята в парах. Соответственно, 2, 4, 6, 8 и 10 — четные (парные) числа. Понимая чередование четных и нечетных чисел, учащиеся обнаружат, что 0 – четное число, так как стоит перед нечетным числом 1.

2.2. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: дидактический проект урока по формированию геометрических понятий, предоставленный преподавателем.

Вопрос к кейсу: как улучшить проект урока, исходя из основных принципов формирования геометрических понятий в начальной школе?

Работа с кейсом:

- при подготовке к семинарскому занятию студенты разрабатывают индивидуальные варианты улучшения проекта;
- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в группах;
- результаты работы в группах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя.

Критерии оценивания конечного продукта:

- соблюдение основных принципов формирования геометрических понятий в начальной школе;
- целесообразность вариантов по улучшению проекта;
- аргументированность предлагаемых идей;
- оригинальность.

ИНФО БАНК

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ГЕОМЕТРИИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

1. **Формирование геометрических понятий на основе интуитивных процессов и индуктивных дидактических стратегий**

Специфика мышления в младшем школьном возрасте не позволяет учащимся осознавать геометрические понятия в свойственной этим понятиям форме абсолютных абстракций. В этом возрасте детям не доступна полная дематериализация понятий. Поэтому изучение геометрии в начальной школе проводится по следующим этапам.

- ***Перцептивный этап.*** Непосредственное исследование (рассмотрение и манипуляция) реальных предметов в различном пространственном расположении, с целью выделения общих свойств, присущих материализованному геометрическому образу.
- ***Этап представлений.*** Геометрический образ, материализованный в реальных предметах, переводится в рисунок. Это позволяет отделить геометрический образ от исходных материальных предметов. Введение геометрической терминологии для

описания геометрического образа готовит переход на следующий уровень понимания.

- ***Этап понятий.*** Перенос геометрического образа в другие учебные ситуации (сюжетные задачи, задания на распознавание, исследование, построение, описание, сортировку и классификацию, вычисление) позволяет обобщить его до уровня понятия.

2. **Изучение элементов интуитивной геометрии на доступном учащимся уровне научной строгости**

- Недопустимо искажение научного содержания геометрических знаний, с целью упрощения их понимания.
- Объем геометрических знаний, должен быть доступен учащимся и привязан к их эмпирическому жизненному опыту.
- Следует отказаться от строгих формулировок в пользу описаний и от дедуктивных методов доказательства геометрических предложений в пользу построения индуктивных умозаключений и рассуждений с опорой на примеры и контрпримеры.

3. **Функциональность геометрических знаний и умений**

Этот принцип предполагает обеспечение таких личностных проявлений, как:

- осознание необходимости познания форм и величин, встречающихся в ближайшем пространственном окружении;
- ориентация в окружающем пространстве и формирование представлений об этом пространстве;
- перенос геометрических знаний и умений в различные повседневные ситуации;
- мотивация к аргументации своих решений и поступков в учебных и жизненных ситуациях, по идеалу рафинированно обоснованных геометрических рассуждений.

2.3. ГРУППОВОЙ ПРОЕКТ

Тема проекта: применение дидактических контрпримеров для формирования/ развития навыков использования математической терминологии.

Проектная деятельность:

- группа студентов разбивается на команды, каждая из которых выбирает одно из следующих математических понятий: натуральное число; арифметическое действие; геометрическая форма;
- при подготовке к лабораторному занятию студенты подбирают/разрабатывают индивидуальные варианты развития темы, дополняя следующую таблицу:

Класс	Математическая терминология	Типичные ошибки учащихся	Варианты дидактических контрпримеров для предотвращения и устранения типовых ошибок

- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в командах;
- результаты работы в командах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя.

Критерии оценивания конечного продукта:

- полнота списка математических терминов;
- полнота списка типичных ошибок;
- целесообразность предложенных контрпримеров;
- аргументированность предлагаемых идей;
- оригинальность.



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 3

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕЦИФИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ ПРИМЕНЯТЬ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ И ИХ СВОЙСТВА В РАЗНООБРАЗНЫХ КОНТЕКСТАХ, ВЫРАЖАЯ ВНИМАНИЕ И ИНТЕРЕС К ВЕРНЫМ, УДОБНЫМ И БЫСТРЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ

➲ Распределение часов

Всего часов	Прямое общение			Индивидуальная работа
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
60	4	6	4	46

➲ Распределение заданий для индивидуальной работы студентов

Содержание обучения		Задания для индивидуальной работы
Лекции	1. Теоретико-методические основы формирования вычислительных компетенций учащихся начальных классов.	Работа с информационными ресурсами
	2. Теоретико-методические основы оценивания вычислительных компетенций учащихся начальных классов.	
Семинарские занятия	3. Методические аспекты изучения табличных случаев сложения и вычитания, умножения и деления.	3.1. Структурированный кейс
	4. Методические аспекты формирования навыков устных вычислений.	3.2. Дидактическое симулирование
	5. Методические аспекты формирования навыков письменных вычислений.	
Лабораторные занятия	1. Математические дидактические игры.	3.3. Структурированный кейс
	2. Математические диктанты.	3.4. Лабораторная работа (I текущее оценивание)

3.1. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: долгосрочное и краткосрочное дидактическое проектирование изучения табличных случаев сложения и вычитания в первом классе, умножения и деления во втором классе.

Вопрос к кейсу: как оптимально использовать принципы аналогии и вариативности при проектировании уроков по изучению табличных случаев сложения и вычитания в первом классе, умножения и деления во втором классе?

Работа с кейсом:

- при подготовке к семинарскому занятию студенты разрабатывают, в краткой форме, индивидуальный вариант проекта урока по изучению одного из табличных случаев сложения или вычитания в первом классе / умножения или деления во втором классе;
- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в группах. В результате, в группах выявляются виды учебной деятельности, к которым целесообразно применить принципы аналогии и вариативности при проектировании других уроков данной учебной единицы;
- результаты работы в группах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя;
- затем каждый студент намечает собственную стратегию применения аналогии и вариативности к видам учебной деятельности на уроках в контексте долгосрочного проекта данной учебной единицы.

Критерии оценивания конечного продукта:

- целесообразность решений по применению аналогии;
- целесообразность решений по применению вариативности;
- аргументированность идей;
- оригинальность.

ИНФО БАНК

ТАБЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ЧИСЕЛ ДО 10

Подготовительный этап

Первое знакомство с действиями сложения и вычитания происходит при изучении нумерации (случаи $n \pm 1$), иначе нельзя было бы раскрыть принцип образования чисел натурального ряда и отношения между ними (чтобы получить следующее число, надо к предыдущему прибавить единицу; следующее число больше предыдущего на единицу, а предыдущее меньше следующего на единицу; число, которое на единицу больше, называют при счете после данного числа; число, которое меньше данного на единицу, называют при счете перед этим числом и т. д.).

1 этап

Обобщение случаев $n \pm 1$ на основе принципа построения натурального ряда чисел – присчитывания и отсчитывания по единице.

2 этап

Случаи $n \pm 2$, $n \pm 3$, $n \pm 4$, $n \pm 5$ раскрываются с опорой на конкретный смысл действия.

Пример 1. Построение таблицы сложения с числом 2 (учебник для 1-го класса, стр. 42)

- *Актуализация знаний. Работа по сюжетной картинке*

В пляс пустились мышата: 3 мышонка и 2 мышки.

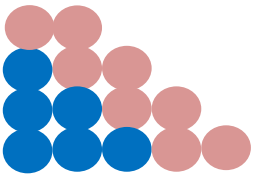
Три синих кружка – это 3 мышонка (в синих штанишках), первое слагаемое. Два розовых кружка – это 2 мышки (в розовых платьицах), второе слагаемое. Общее количество мышат – это сумма 3 + 2. Чтобы найти эту сумму, пересчитаем все кружки: всего 5 кружков, всего 5 мышат.

Обращаем внимание на то, что суммой называем как результат действия сложения, так и запись 3 + 2.

- *Построение предметных и символических моделей* (случаи $n + 2$)

Порядово строятся:

Предметные модели



Символические модели

$0 + 2 = 2$
$1 + 2 = 3$
$2 + 2 = 4$
$3 + 2 = 4$ и т.д.

Предметные модели строятся на доске. Рекомендуется привлекать учащихся для построения предметных моделей, начиная, например, со случая 5 + 2.

Составление примеров направляется вопросами: «Сколько синих кружков? Сколько розовых? Сколько всего кружков?»

- *Использование переместительного закона сложения* (случаи вида $2 + n$)

После построения столбика со всеми случаями вида $n + 2$, уточняем порядок счета кружков (до сих пор мы считали слева направо), затем предлагаем детям посчитать кружки справа налево и записать соответствующие примеры. Нужно подвести детей к осознанию того, что при этом результаты остаются неизменными. Таким образом, получаем еще один столбик примеров:

$2 + 0 = 2$
$2 + 1 = 3$
$2 + 2 = 4$ и т. д.

Пример 2. Построение таблицы вычитания с числом 3 (учебник для 1-го класса, стр. 47.)

- *Актуализация знаний. Работа по сюжетной картинке*

У Зайки было 7 морковок. Она дала Зайчонку 3 морковки. Сколько осталось морковок у Зайки?

7 кружков – это 7 морковок, которые были у Зайки, и это — уменьшаемое.

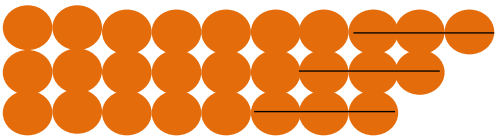
3 перечеркнутых кружка – это 3 морковки, которые она дала Зайчонку, и это — вычитаемое.

Оставшиеся незачеркнутыми 4 кружка – это оставшиеся у Зайки 4 морковки, и это разность 7 - 3. Обращаем внимание на то, что разностью называем как результат действия вычитания, так и запись 7 - 3.

- *Построение предметных и символических моделей*

Порядово строятся:

Предметные модели



Символические модели

$10 - 3 = 7$
$9 - 3 = 6$
$8 - 3 = 5$

Предметные модели строятся на доске. Рекомендуется привлекать учащихся для построения предметных моделей, начиная, например, со случая 7 - 3.

Составление примеров направляется вопросами: «Сколько выложено кружков? Сколько кружков убираем? Сколько кружков осталось?»

3 этап

Случаи сложения с числами 6, 7, 8, 9 раскрываются на основе переместительного свойства сложения. *Например*: $2 + 7 = 7 + 2$ – ранее изученный случай ($n + 2$).

4 этап

Случаи вычитания чисел 6, 7, 8, 9 раскрываются на основе состава чисел и связи сложения с вычитанием. Например: $10 - 8 = 2$.



Поясняем: «Разложим число 10 (уменьшаемое) на удобные слагаемые: 8 и 2. Если убрать 8, останется 2.» Этот вычислительный прием вводится, как вспомогательный, на втором этапе – при изучении случаев вычитания чисел 4 и 5.

✓ Случаи $n \pm 0$ раскрываются с опорой на конкретный смысл действия, но требуют обобщений: сложение с нулем не меняет числа; вычитание нуля не меняет числа.

В процессе работы над данным разделом учитель должен:

- обеспечить понимание учениками конкретного смысла каждого арифметического действия;
- научить их находить результаты действий при помощи вычислений;
- добиться сознательного и непроизвольного запоминания таблицы сложения и вычитания в пределах десяти; для этого рекомендуются следующие виды деятельности:

- предметное и безпредметное решение простейших примеров и задач;
- выполнение сложения и вычитания на линейке (не называя сантиметры);
- составление и решение примеров и задач по сюжетным картинкам или по схематическим рисункам;
- решение неявных уравнений: примеров на сложение/ вычитание, в котором одно из чисел заменено графическим символом (*, □, ? и др.);
- дидактические игры; индивидуальные и командные конкурсы.

БАНК ИДЕЙ

ТАБЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ УМНОЖЕНИЯ НА ЧИСЛА ОТ 2 ДО 5

Для уроков по преподаванию таблицы умножения рекомендуется единая структура, которую поясним на примере умножения на 4.

1 этап. Вспоминаем изученные ранее случаи умножения с числом 4:

$0 \times 4 = 0$ $\quad 4 \times 0 = 0$
$1 \times 4 = 4$ $\quad 4 \times 1 = 4$
$2 \times 4 = 8$ $\quad 4 \times 2 = 8$
$3 \times 4 = 12$ $\quad 4 \times 3 = 12$

Этот столбики записываем на средней доске так, чтобы в последствии их можно было дополнить.

Рассмотрим ряд полученных произведений: 0, 4, 8, 12. Подмечаем, что он получается присчитыванием по 4.

2 этап. Вычисляем новые случаи присчитыванием по 4 (множитель 4 стоит на втором месте).

Вычисление подкрепляется предметными или графическими моделями (например, считаем лапы котят). Начинаем с последнего известного случая.

На левой стороне доски выкладываем фигурки котят.	*Поясняем, сколько всего лап у котят.*	*Дополняем первый столбик.*

3 котенка, у каждого по 4 лапы.	3 раза по 4 лапы, всего 12 лап.	
Прибежал еще один котенок, значит добавятся еще 4 лапы.	4 раза по 4 лапы, всего $12 + 4 = 16$ лап.	$4 \times 4 = 16$
Еще один котенок подошел, и еще 4 лапы добавились.	5 раз по 4 лапы, всего $16 + 4 = 20$ лап.	$5 \times 4 = 20$

Продолжаем аналогично до десяти котят, то есть до случая 10×4. Затем, рассматриваем и поясняем аналогичные рисунки и вычисления в учебнике.

3 этап. Используем переместительное свойство умножения и получаем все новые случаи умножения на 4.

Эти случаи дописываем во второй столбик, оставленный на левой доске, и получаем, таким образом, полную таблицу умножения на 4.

По составленной таблице умножения проводится эвристическая беседа, с показом результата в таблице и использованием разнообразной математической терминологии. Рекомендуется привлечь учащихся к составлению вопросов. Например: «Покажи в таблице сколько будет: семью четыре; четырежды пять; шесть увеличить в четыре раза; четыре увеличить в 10 раз; удвоенное число четыре; утроенное число четыре» и т. д.

4 этап. Обеспечение осознанного запоминания таблицы умножения на 4.

Для этого, на ряде уроков, рекомендуются следующие виды деятельности:

- счет четверками: предметный, беспредметный, с опорой на ритмические движения, с опорой на рифмованные считалки;
- предметное и беспредметное решение простых примеров и задач;
- решение неявных простых уравнений: примеры на умножение с числом 4, в котором одно из чисел заменено графическим символом (*, □, ? и т. д.);
- работа по раздаточным карточкам, используя разнообразные графические формы заданий;
- дидактические игры; индивидуальные и командные конкурсы.

Следует исключить пагубную практику заучивания таблицы умножения за лето или за время других каникул. Учащиеся должны усвоить смысл нового действия, понять, как строится таблица умножения, и только затем стараться запомнить ее.

3.2. ДИДАКТИЧЕСКОЕ СИМУЛИРОВАНИЕ: образцы пояснения устных и письменных вычислений

Критерии оценивания конечного продукта:

- верность;
- связность.

ИНФО БАНК

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛАХ 100 БЕЗ ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ ДЕСЯТОК (1 кл.)

Динамика изучения этих случаев сложения и вычитания в 1 классе:

Этап	Сложение	Вычитание
1	• Дес.Ед. + Ед. = Дес.Ед. (42 + 3 = 45) • Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (3 + 42 = 45)	▪ Дес.Ед. - Ед. = Дес.Ед. (45 - 3 = 42)
2	• Дес.Ед. + Дес. = Дес.Ед. (42 + 30 = 72) • Дес. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (30 + 42 = 72)	▪ Дес.Ед. – Дес. = Дес.Ед. (72 – 30 = 42)
3	• Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (42 + 36 = 78)	▪ Дес.Ед. - Дес.Ед. = Дес.Ед. (78 - 36 = 42)

Все эти случаи требуют развитого навыка раскладывать двузначные числа на десятичные слагаемые.

Случаи сложения связаны с приемами прибавления числа к сумме или суммы к числу (на основе сочетательного и переместительного свойств сложения):

- 42 + 3 = (40 + 2) + 3 = 40 + (3 + 2) = 40 + 5 = 45;
  3 + 42 = 42 + 3 = 45;
- 42 + 30 = (40 + 2) + 30 = (40 + 30) + 2 = 70 + 2 = 72;
  30 + 42 = 42 + 30 = 72;
- 42 + 36 = (40 + 2) + (30 + 6) = (40 + 30) + (2 + 6) = 70 + 8 = 78.

Случаи вычитания связаны с приемами вычитания числа из суммы, суммы из числа или вычитания двух сумм:

- 45 - 3 = (40 + 5) - 3 = 40 + (5 - 3) = 40 + 2 = 42;
- 72 - 30 = (70 + 2) - 30 = (70 - 30) + 2 = 40 + 2 = 42;
- 78 - 36 = (70 + 8) - (30 + 6) = (70 - 30) + (8 - 6) = 40 + 2 = 42.

Для пояснения вычислений пользуются пучками-десятками и единичными палочками. Важно, чтобы дети усвоили краткие/ сжатые словесные объяснения вычислительных приемов. Например:

- **23 + 5.** Сложим единицы между собой: 3 + 5 = 8. Получаем сумму 28.
- **56 - 4.** Вычтем единицы между собой: 6 – 4 = 2. Получаем разность 52.
- **47 + 20.** Сложим десятки между собой: 4 дес. + 2 дес. = 6 дес. Получаем сумму 67.
- **82 - 50.** Вычтем десятки между собой: 8 дес. – 5 дес. = 3 дес. Получаем в ответе 32.
- **53 + 26.** Сложим десятки между собой и единицы между собой. Получим 7 дес. и 9 ед., то есть число 79.
- **95 – 34.** Вычтем десятки между собой и единицы между собой. Получим 6 дес. и 1 ед., то есть число 61.

Подобные рассуждения приучают детей сознательно выбирать прием для вычисления и пользоваться математической терминологией.

Сознательному выбору вычислительных приемов способствует решение блоков примеров, составленных по принципу противопоставления:

43 + 5	67 - 4
43 + 50	67 - 40
43 + 55	67 - 44

Упор делается на устные вычисления, но на третьем этапе учащиеся знакомятся с записью действий в столбик. При этом важно обратить внимание на то, что порядок письменного выполнения поразрядных вычислений обратен устному: «Пишем десятки под десятками, единицы под единицами. Считаем справа налево: вначале складываем/вычитаем единицы между собой, затем – десятки между собой.»

ТАБЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В ПРЕДЕЛАХ ДВАДЦАТИ (2 класс)

Табличные случаи сложения и вычитания в пределах двадцати имеют вид:

Сложение	Вычитание
Ед. + Ед. = Дес.Ед. (7 + 5 = 12)	Дес.Ед. - Ед. = Ед. (12 - 5 = 7)

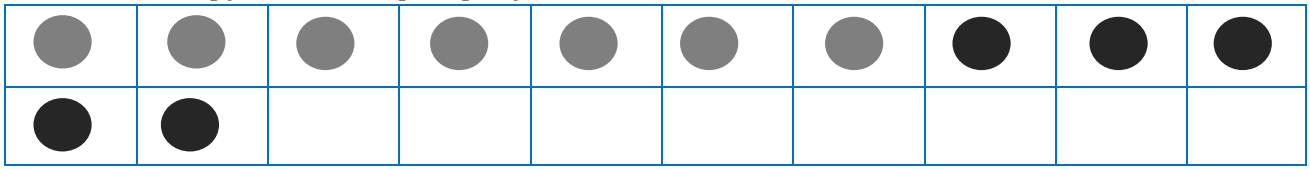
В случаях сложения в пределах 20 с переходом через десяток применяется **прием дополнения до десятка.** Этот прием предполагает разложение меньшего числа на удобные слагаемые, чтобы дополнить большее число до десятка, а также применение сочетательного и переместительного свойств сложения.

- Вначале исследуются случаи, когда первое слагаемое больше второго, и значит его легче дополнить до десятка.

$$7 + 5 = (7 + 3) + 2 = 10 + 2 = 12$$

3 2

Для наглядного представления приема используется таблица с двумя рядами по 10 карманов и двухцветными картонными кружками (учебник для 2-го класса, стр. 16). Расставляем 7 кружков одного цвета в первом ряду. Подмечаем, что до десятка не хватает трех кружков. Дополняем первый ряд кружками второго цвета и расставляем оставшиеся 2 кружка во втором ряду. Составляем искомую сумму из наглядно представленных разрядных слагаемых: 1 десяток кружков в первом ряду и 2 единичных кружка во втором ряду.



- Далее рассматриваются случаи, когда первое слагаемое меньще второго, и, значит, второе слагаемое легче дополнить до десятка. При этом переместительное свойство сложения используется в новых условиях.

Вычисление выполняется без опоры на предметные действия, направляя вычисление с помощью вопросов: «Какое слагаемое легче дополнить до десятка? Сколько единиц не хватает до десятка? Сколько единиц останется?»

Пример развернутого пояснения: прием дополнения до десятка / сложение по частям

$$7 + 5 = 10 + 2 = 12$$

3 2

- Легче дополнить до десятка первое слагаемое: число семь. Для этого не хватает трех единиц.
- Раскладываем второе слагаемое на удобные слагаемые: три и два.
- Прибавляем три единицы к семи и получаем десяток.
- К десятку прибавляем оставшиеся две единицы и получаем двенадцать.

Для случаев вычитания в пределах 20, с переходом через десяток существуют 3 приема вычисления.

1) Прием разложения вычитаемого на удобные слагаемые – универсальный прием, предполагающий вычитание суммы из числа.

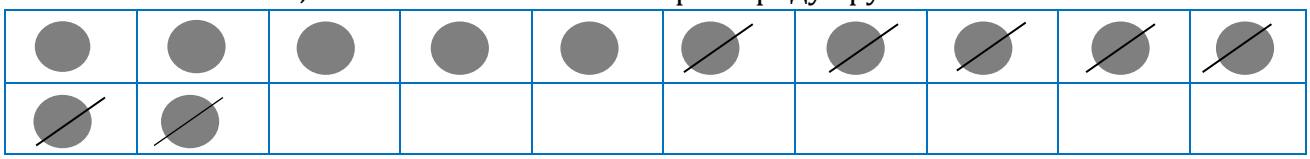
Пример развернутого пояснения:

Раскладываем вычитаемое 7 на удобные слагаемые: 2 и 5. Из 12 сначала вычитаем 2 и получаем один десяток, т. е. 10 единиц. Затем из 10 вычитаем еще 5 и получаем 5.

$$12 - 7 = (12 - 2) - 5 = 10 - 5 = 5$$

$$7 = 2 + 5$$

Для наглядного представления приема рекомендуется таблица с двумя рядами по 10 карманов и картонными кружками (учебник для 2-го класса, стр. 18). Убираем кружки, начиная с конца (2 кружка из второго ряда, затем 5 кружков с конца первого ряда). Чтобы найти ответ, считаем оставшиеся в первом ряду кружки.



В дальнейшем вычисление выполняется без опоры на предметные действия, поясняя кратко.

Пример краткого пояснения:

Вычитаю по частям. Вначале вычитаю 2 единицы — до десятка, затем вычитаю оставшиеся 5 единиц.

При этом полезно составлять блоки из 4 примеров, отражающих связь между сложением и вычитанием:

$$5 + 7 = 12 \longleftrightarrow 12 - 7 = 5$$
$$7 + 5 = 12 \longleftrightarrow 12 - 5 = 7$$

2) Прием разложения уменьшаемого на десятичные слагаемые предполагает вычитание числа из суммы.

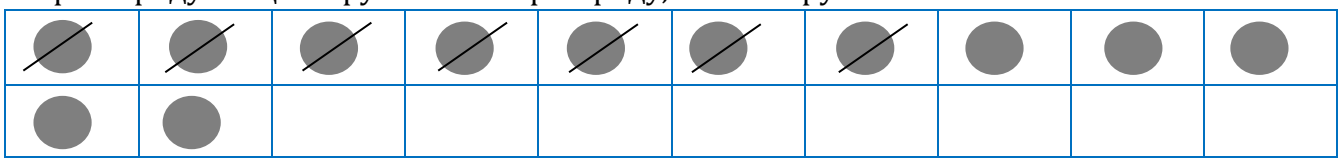
Пример развернутого пояснения:

Раскладываем уменьшаемое 12 на десятичные слагаемые: 10 и 2. От 10 отнимаем 7, получаем 3. Затем прибавляем оставшиеся 2 единицы. В ответе получаем число 5.

$$12 - 7 = (10 - 7) + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$12 = 10 + 2$$

Для наглядного представления приема рекомендуется та же таблица с двумя рядами по 10 карманов. В случае этого приема убираем кружки, начиная с начала (7 кружков с начала первого ряда). Чтобы найти ответ, считаем оставшиеся кружки: 3 кружка в первом ряду и еще 2 кружка во втором ряду, всего 5 кружков.



Следует заметить, что при использовании этого приема часто появляется типичная ошибка: отняв вычитаемое от десяти, ребенок оставляет без внимания свободные единицы уменьшаемого и получает неправильный ответ (например, в данном случае число 3 вместо числа 5). Трудность состоит еще и в том, что нужно преодолеть

инерцию действия: приходится после вычитания применять сложение. Лучше поэтому сначала придерживаться универсального приема, а затем, в порядке сопоставления, раскрыть на одном и том же примере оба приема. Заметим, что преодоление посильных трудностей имеет определенное воспитательное значение.

3) <u>Прием разложения уменьшаемого на удобные слагаемые</u> также использует вычитание числа из суммы.

Образец развернутого пояснения

Раскладываем уменьшаемое 12 на удобные слагаемые: 5 и 7. Если от суммы 12 отнять слагаемое 7, останется слагаемое 5.

$$12 - 7 = (5 + 7) - 7 = 5$$

5 7

Для успешного применения этого приема, необходимо твердое знание единичного состава чисел второго десятка.

Когда усвоены приемы последовательного сложения и последовательного вычитания, **необходимо добиться устойчивого запоминания единичного состава чисел от 11 до 18**, с учетом переместительного свойства сложения:

11	12	13	14	15	16	17	18
9 + 2	9 + 3	9 + 4	9 + 5	9 + 6	9 + 7	9 + 8	9 + 9
8 + 3	8 + 4	8 + 5	8 + 6	8 + 7	8 + 8		
7 + 4	7 + 5	7 + 6	7 + 7				
6 + 5	6 + 6						

Особое внимание следует уделить суммам одинаковых слагаемых (6 + 6; 7 + 7; 8 + 8 и 9 + 9), которые запоминаются наиболее легко.

Запоминание достигается со временем, путем применения дидактических игр, работы в печатных тетрадях, сопутствующих учебнику, математических диктантов и других целесообразных методических приемов устного счета.

Твердое знание случаев сложения с переходом через разряд в концентре 0-20 обеспечит в дальнейшем умение складывать и вычитать любые многозначные числа.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПРЕДЕЛАХ 100 С ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ ДЕСЯТОК (2 КЛАСС)

Динамика изучения этих случаев сложения и вычитания во втором классе:

Этап	Сложение	Вычитание
1	• Дес.Ед. + Ед. = Дес. (26 + 4 = 50; 96 + 4 = 100) • Ед. + Дес.Ед. = Дес. (4 + 26 = 30; 4 + 96 = 100)	▪ Дес. – Ед. = Дес.Ед. (30 – 4 = 26; 100 – 4 = 96)
2	• Дес.Ед. + Ед. = Дес.Ед. (26 + 7 = 33) • Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (7 + 26 = 33)	▪ Дес.Ед. - Ед. = Дес.Ед. (33 - 7 = 26)
3	• Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес. (26 + 14 = 40; 26 + 74 = 100) • Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (26 + 37 = 63)	▪ Дес. – Дес.Ед. = Дес.Ед. (40 – 14 = 26; 100 – 74 = 26) ▪ Дес.Ед. - Дес.Ед. = Дес.Ед. (63 - 37 = 26)

Все эти случаи сложения и вычитания требуют развитого навыка раскладывать двузначные числа на десятичные слагаемые и устойчивого знания табличных случаев сложения и вычитания в пределах 20.

Случаи сложения связаны с приемами прибавления числа к сумме или суммы к числу (на основе сочетательного и переместительного свойств сложения). Случаи вычитания связаны с приемами вычитания числа из суммы, суммы из числа, или вычитания двух сумм.

Устный счет

Для первичного пояснения устных вычислений используют пучки-десятки и единичные палочки. Важно, чтобы дети усвоили словесные объяснения устных вычислительных приемов. Приведем примеры подобных объяснений.

➲ **Сложение**

Прием поразрядного сложения

- **26 + 4.** Заметим, что при сложении единиц, получаем 1 десяток. Всего - 3 десятка, то есть число 30.
- **26 + 14.** Заметим, что при сложении единиц получаем 1 десяток. Всего получаем 4 десятка, то есть число 40.

Прием последовательного сложения

- **26 + 7.** Сначала дополним 26 до ближайшего круглого числа – до 30. Для этого прибавим 4 единицы. Осталось прибавить 3 единицы. Получаем 33.
- **26 + 37.** Сначала прибавим 3 десятка и получим 56. Осталось прибавить 7 единиц. Прибавим 4 и дойдем до круглого числа 60, затем прибавим еще 3. Получим 63.

➲ **Вычитание**

Прием обратного счета

- **30 - 4.** Если отсчитать 4 единицы от 30, получим 26.

Прием последовательного вычитания

- **40 – 14.** Сначала вычтем 1 десяток и получим 30. Осталось вычесть 4. Получим 26.
- **33 - 7.** Сначала вычтем 3 единицы и получим 30. Осталось вычесть 4. Получим 26.
- **63 - 37.** Сначала вычтем 3 десятка, получим 33. Осталось вычесть 7 единиц. Без 3-х – будет 30, и еще без 4-х будет 26.

Внимание! При устном счете не следует начинать с единиц — это письменный прием.

Письменный счет

Письменный счет выполняется в столбик, поразрядно, начиная с единиц. Важно, чтобы дети усвоили словесные объяснения письменных вычислительных приемов.

- $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 26 + \\ \underline{37} \\ 63 \end{array}$

  - **Складываем единицы**: $6 + 7 = 13$, то есть 1 десяток (пишем 1 над десятками – запасаем один десяток) и 3 единицы (пишем цифру 3 под единицами).
  - **Складываем десятки**: $2 + 3 = 5$ и еще 1 в запасе – всего 6 (пишем цифру 6 под десятками).
  - **Ответ:** 63.

- 63 -
  37
  26

- **Вычитаем единицы**.
  Замечаем, что не можем вычесть 7 из 3, так как $3 < 7$.
  Займем один десяток (поставим точку над десятками, чтобы не забыть). Теперь у нас 1 десяток и 3 единицы, то есть 13 единиц – и можно вычесть 7.
  $13 - 7 = 6$ (пишем цифру 6 под единицами).
- **Вычитаем десятки**.
  Было 6, после займа осталось 5.
  $5 - 3 = 2$ (пишем цифру 2 под десятками).
- **Ответ:** 26.

УМНОЖЕНИЕ В СТОЛБИК НА ОДНОЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

2 3
2405 ×
6
14430

- Сначала пишем многозначный множитель. Затем под его единицами пишем однозначный множитель.
- Выполняем поразрядно умножение.

УМНОЖЕНИЕ В СТОЛБИК НА ДВУЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

2405 ×
26
14430
4810
62530

- Сначала пишем множитель, в котором больше цифр. Затем пишем второй множитель так, чтобы его единицы находились под единицами первого множителя.
- Вычисляем поразрядно **первое неполное произведение**. Пишем его, начиная под единицами.
- Вычисляем поразрядно **второе неполное произведение**. Пишем его, начиная под десятками.
- Вычисляем **произведение**, складывая между собой неполные произведения.

УМНОЖЕНИЕ В СТОЛБИК ЧИСЕЛ, ОКАНЧИВАЮЩИХСЯ НУЛЯМИ

2090 ×
300
627000

2090 ×
130
627
209
271700

- Выполняем умножение в столбик, не принимая в расчет нули в конце чисел.
- Дописываем к полученному произведению все нули, не принятые ранее в расчет.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ (3 класс)

1. *Вычисляю частное.*

Ищу наибольшее из всех чисел до 25, которые делятся без остатка на 3. Это число 24. Поделив его на 3, узнаю частное. Частное равно 8.

2. *Вычисляю остаток.*

Поделено 24, а нужно было поделить 25. Осталось поделить 1, так как $25 - 24 = 1$. Значит, остаток равен 1.

3. *Выполняю проверку.*

$1 < 3$ $\qquad$ $8 \times 3 + 1 = 25$

Ост. $<$ Дт. $\qquad$ Ч. $\times$ Дт. $+$ Ост. $=$ Дел.

4. *Записываю ответ.* $25 : 3 = 8$, ост. 1

ДЕЛЕНИЕ В СТОЛБИК НА ОДНОЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

```
291130 | 3
27     | 97040
 21
 21
   13
   12
    10
     9
     1
```

➲ **Определяем, сколько цифр будет в частном**.
Наивысший разряд в делимом – сотни тысяч. Но получить сотни тысяч в частном не получится, так как $2 < 3$.
Поэтому первым неполным делителем будет 29 десятков тысяч, и наивысшим разрядом в частном будут десятки тысяч. Ставим в частном 5 точек – по количеству цифр.
➲ **Определяем первую цифру частного**.
29 делим на 3 и получаем частное 9. Пишем 9 в частном, на месте первой цифры.
Проверяем: $9 \times 3 = 27$. Пишем 27 под неполным делимым, вычитаем 29 – 27 и получаем в остатке 2.
➲ **Определяем вторую цифру частного**.
Опускаем следующую цифру делимого, делим 21 на 3 и получаем частное 7. Пишем 7 в частном, на месте второй цифры.
Проверяем: $7 \times 3 = 21$. Пишем 21 под неполным делимым и получаем в остатке 0. Не пишем 0 в остатке.
➲ **Определяем третью цифру частного**.
Опускаем следующую цифру делимого, делим 1 на 3 и получаем частное 0. Пишем 0 в частном, на месте третьей цифры.
➲ **Определяем четвертую цифру частного**.
Опускаем следующую цифру делимого, делим 13 на 3 и получаем частное 4. Пишем 4 в частном, на месте четвертой цифры.
Проверяем: $4 \times 3 = 12$. Пишем 12 под неполным делимым, вычитаем 13 - 12 и получаем в остатке 1.
➲ **Определяем пятую цифру частного**.
Опускаем следующую цифру делимого, делим 10 на 3 и получаем частное 3. Пишем 3 в частном, на месте четвертой цифры.
Проверяем: $3 \times 3 = 9$. Пишем 9 под неполным делимым, вычитаем 10 - 9 и получаем 1.
➲ **Записываем ответ:** 291 130 : 3 = 97 040, ост. 1.

ДЕЛЕНИЕ В СТОЛБИК ЧИСЕЛ, ОКАНЧИВАЮЩИХСЯ НУЛЯМИ

38 500 : 40 = 962, ост. 20 **Проверка:** $20 < 40; 962 \times 40 + 20 = 38\,500$

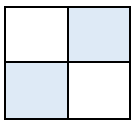
```
3850 | 4
36   | 962
 25
 24
   10
    8
    2
```

- Опускаем одинаковое количество нулей на конце чисел: наибольшее возможное.
- Выполняем деление и находим частное и неполный остаток.
- Чтобы определить остаток, дописываем к неполному остатку столько нулей, сколько было опущено вначале в каждом числе.
- Записываем ответ: частное и остаток.
- Выполняем проверку.

825 000 : 400 = 2 062, ост. 200 **Проверка:** $200 < 400; 2\,062 \times 400 + 200 = 825\,000$

```
8250 | 4
8    | 2062
 25
 24
   10
    8
    2
```

СОСТАВ, ЗАПИСЬ И ЧТЕНИЕ ДРОБЕЙ



➲ **Что в этом случае - целое?**
Целое – квадрат.
➲ **На сколько равных частей поделено целое?**
Целое поделено на 4 равные части. Пишем 4 в знаменателе дроби.
➲ **Сколько равных частей взяты / закрашены?**
Взяты 3 равные части. Пишем 3 в числителе дроби.
➲ **Читаем дробь.**
Три четвертых / три четверти.

ВЫЧИТАНИЕ ДРОБИ ИЗ ЦЕЛОГО

$$1 - \frac{2}{3} =$$

➲ **Читаем и понимаем пример.**
Из единицы, то есть из одного целого, нужно вычесть
две трети, то есть 2 из 3 равных частей на которые поделено это целое.
➲ **Записываем целое соответствующей дробью**.
Знаем, что целое поделено на 3 равные части – на три трети. Значит, вместо 1 пишем $\frac{3}{3}$.
➲ **Вычитаем.**
$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА

$$\frac{2}{3} \text{ от } 60 =$$

➲ **Читаем и понимаем пример.**
Нужно вычислить 2 из 3 равных частей на которые поделено число 60.
➲ **Вычисляем в уме.**
Находим одну часть: 60 : 3 = 20. Берем 2 такие части: 2 × 20 = 40
➲ **Записываем ответ.**

3.3. КЕЙС (анализ конкретной ситуации)

Ситуация кейса: математические дидактические игры, описанные в «Гиде по внедрению куррикулума для начального образования».

Вопрос к кейсу: как можно использовать принципы аналогии и вариативности к данным дидактическим играм?

Работа с кейсом:

- при подготовке к лабораторному занятию студенты намечают индивидуальные варианты применения принципов аналогии и вариативности к описанным в Гиде дидактическим играм;
- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в группах, по 1-4 классам;
- результаты работы в группах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя.

Критерии оценивания конечного продукта:

- целесообразность решений по применению аналогии;
- целесообразность решений по применению вариативности;
- аргументированность предлагаемых идей;
- оригинальность.

3.4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА (I текущее оценивание)

Тема работы: проектирование, проведение, самооценивание математического диктанта в контексте КОД

Форма работы: практическая

Формат сдачи выполненной работы: цифровой

Время подготовки: 1 неделя

Задания[4]:

1. Проектирование математического диктанта
2. Проектирование самооценивания в контексте КОД
3. Проведение диктанта (фото/видео)
4. Самооценивание проведенной деятельности

Оцениваемые компетенции:

- Внедрение современных теорий и методологий в процессе проектирования, проведения и оценивания дидактической деятельности по математике в начальных классах, в контексте актуальных образовательных политик;
- Оценивание учебных затруднений учащихся начальных классов по математике;
- Использование современных технологий педагогической поддержки учащихся начальных классов ввиду развития их достижений по математике;
- Управление и самоуправление карьерой в свете профессиональных достижений в области дидактики математики в начальных классах.

Оцениваемые учебные содержания:

- Принципы структурирования систем упражнений и задач по математике в начальных классах;
- Теоретико-методические основы развития математического языка у учащихся начальных классов;
- Теоретико-методические основы формирования вычислительных компетенций учащихся начальных классов;
- Теоретико-методические основы оценивания вычислительных компетенций учащихся начальных классов;
- Методические аспекты формирования навыков устных вычислений;
- Методические аспекты формирования навыков письменных вычислений;
- Математические диктанты.

Критерии и схема оценивания конечного продукта:

- методическая целесообразность проектирования: 0 – 10 баллов;
- эффективность проведения: 0 – 10 баллов;
- существенность анализа SWOT: 0 – 5 баллов;
- релевантность рефлексии: 0 – 5 баллов;
- технoредактирование: 0 – 5 баллов.

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов : Максимальное кол-во баллов) × 8 + 2

[4] См. приложение 1.



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 4

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕЦИФИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ РЕШАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, ПРОЯВЛЯЯ КРИТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ПЛАНА РЕШЕНИЯ

➲ **Распределение часов**

Всего часов	Прямое общение			Индивидуальная работа
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
78	8	6	4	60

➲ **Распределение заданий для индивидуальной работы студентов**

Содержание обучения		Задания для индивидуальной работы
Лекции	1. Теоретико-методические основы формирования компетенции решать простые задачи на сложение и на вычитание в первом классе.	Работа с информацион-ными ресурсами
	2. Теоретико-методические основы формирования компетенции решать простые задачи на умножение и на деление во втором классе.	
	3. Теоретико-методические основы формирования компетенции решать составные задачи с относительно явными действиями в 2-4 классах.	
	4. Теоретико-методические основы формирования компетенции решать составные задачи с пропорциональными величинами в 3-4 классах.	
Семинарские занятия	1. Типичные трудности учащихся при работе над простыми задачами. Стратегии предотвращения и преодоления.	**4.1.** Тест
	2. Типичные трудности учащихся при работе над составными задачами с относительно явными действиями. Стратегии предотвращения и преодоления.	**4.2.** Тест
	3. Типичные трудности учащихся при работе над составными задачами с пропорциональными величинами. Стратегии предотвращения и преодоления.	**4.3.** Тест
Лабораторные занятия	1. Работа над простыми задачами на уроках математики в первом классе.	**4.4.** Лаборатор-ная работа (II текущее оценивание)
	2. Работа над составными задачами на уроках математики в 2-4 классах.	

4.1. ТЕСТ

Форма: письменная. **Время работы:** 45 минут. **Задания:** типизация, краткая запись, составление простых задач.[5]

ИНФО БАНК

МАТРИЦА ПРОСТЫХ ЗАДАЧ НА СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

УСЛОЖНЕНИЕ (ОБОБЩЕНИЕ)

ЦИКЛ	Типы простых задач на сложение	Типы простых задач на вычитание	
I Проблемные ситуации описывают **объединение** двух непересекающихся конечных множеств.	**на нахождение суммы** У Ани 3 конфеты, а у Пети – 2. Сколько всего у них конфет? А. … 3 к. П. … 2 к. } ? к.	**на нахождение неизвестного слагаемого** Вместе, у Ани и Пети 5 конфет. Сколько конфет у Ани, если у Пети – 2? А. … ? к. П. … 2 к. } 5 к.	У Ани 3 конфеты. Сколько конфет у Пети, если всего у них 5 конфет? А. … 3 к. П. … ? к. } 5 к.
II Проблемные ситуации описывают **отделение** собственного подмножества из конечного множества.	**на нахождение неизвестного уменьшаемого** Ваня купил ручку за 6 леев. У него осталось 4 лея. Сколько леев было у Вани вначале? Было … ? леев Потратил … 6 леев Осталось … 4 лея	**на нахождение остатка (разности)** У Вани было 10 леев. Он купил ручку за 6 леев. Сколько леев осталось у Вани? Было … 10 леев Потратил … 6 леев Осталось … ? леев	**на нахождение неизвестного вычитаемого** У Вани было 10 леев. После того, как он купил ручку, у него осталось 4 лея. Найди цену ручки. Было … 10 леев Потратил … ? леев Осталось … 4 лея
III Проблемные ситуации описывают **количественное сравнение или уравнивание** двух непересекающихся конечных множеств.	**на увеличение числа на несколько единиц** • В вазе 2 красные розы, а белых – на 3 больше. Сколько белых роз? (*отношение разностного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции*) • В вазе 2 красные розы, на 3 меньше, чем белых. Сколько белых роз? (*косвенная синтаксическая конструкция*) Кр. … 2 р. ← Б. … ? р., на 3 р. больше	**на уменьшение числа на несколько единиц** • В вазе 5 белых роз, а красных – на 3 меньше. Сколько красных роз? (*отношение разностного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции*) • В вазе 5 белых роз. Их на 3 больше, чем красных. Сколько красных роз? (*косвенная синтаксическая конструкция*) Б. … 5 р. ← Кр. … ? р., на 3 р. меньше	**на разностное сравнение** В вазе 2 красные и 5 белых роз. На сколько больше белых роз, чем красных? • *На сколько меньше красных роз, чем белых? • Каких роз больше/ меньше – белых или красных? На сколько? • Сколько красных роз нужно добавить, чтобы их стало столько же, сколько белых? • Сколько белых роз нужно забрать, чтобы их осталось столько же, сколько красных?* Кр. … 2 р. Б. … 5 р. ← на ? р.

[5] См. приложение 2.

МАТРИЦА ПРОСТЫХ ЗАДАЧ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Типы простых задач на умножение	Типы простых задач на деление		Цикл
	на деление на равные части	**на деление по содержанию**	
на нахождение произведения (как сложение равных слагаемых) На каждой полке по 4 книги. Сколько всего книг на 3 полках? 1 п. ... 4 к. 3 п. ... ? к.	12 книг разложили поровну на 4 полки. Сколько книг на каждой полке? 1 п. ... ? к. 3 п. ... 12 к.	12 книг разложили по 4 книги на полки. Сколько было полок? 1 п. ... 4 к. ? п. ... 12 к.	I
на увеличение числа в несколько раз • Во дворе 5 девочек, а мальчиков – в 3 раза больше. Сколько мальчиков во дворе? (*отношение кратного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции*) • Во дворе 5 девочек. Девочек в 3 раза меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков во дворе? (*отношение кратного сравнения задано в косвенной синтаксической конструкции*) Д. ... 5 ч. ← М. ...? ч., в 3 раза больше ┘	**на уменьшение числа в несколько раз** • Во дворе 15 мальчиков и в 3 раза меньше девочек. Сколько девочек? (*отношение кратного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции*) • Во дворе 15 мальчиков. Их в 3 раза больше, чем девочек. Сколько девочек? (*отношение кратного сравнения задано в косвенной синтаксической конструкции*) М. ... 15 ч. ← Д. ... ? ч. , в 3 раза меньше ┘	**на кратное сравнение** Во дворе 5 девочек и 15 мальчиков. Во сколько раз больше мальчиков, чем девочек? Иные формулировки вопроса задачи: Во сколько раз меньше девочек, чем мальчиков? Было больше (меньше) девочек или мальчиков? Во сколько раз? Д. ... 5 ч. ⇐ во ? раз М. ... 15 ч. ⇐	II
на нахождение числа по доле* На тарелке 4 пирожка с капустой. Это треть всех пирожков. Сколько всего пирожков на тарелке?	**на нахождение доли числа** На тарелке 12 пирожков. Треть из них – с капустой. Сколько пирожков с капустой?	**на нахождение отношения двух чисел*** *(какую часть составляет одно число от другого)* На тарелке 12 пирожков. Из них, 4 пирожка с капустой. Какую часть от всех пирожков составляют пирожки с капустой?	III

***** изучаются в гимназических классах

4.2. ТЕСТ

Форма: письменная. **Время работы:** 45 минут.

Задания: типизация, краткая запись, решение составных задач с относительно явными действиями.[6]

ИНФО БАНК

СВОДНАЯ ТАБЛИЦА ВЫДЕЛЯЕМЫХ КАТЕГОРИЙ СОСТАВНЫХ ЗАДАЧ С ОТНОСИТЕЛЬНО ЯВНЫМИ ДЕЙСТВИЯМИ

1 кл.	**Задачи на последовательное нахождение сумм и/или разностей.** Формула решения: $a + b + c$ / $a + b - c$ / $a - b + c$ / $a - b - c$. Подобные задачи не считаются собственно составными, а являют собой пограничный вид - между простыми и составными задачами. Обычно, к таким задачам не составляют кратких записей, а решение записывают одним примером.	*Пример задачи, решаемой по формуле* $a + b - c$ В автобусе было 7 пассажиров. На остановке вошли 3 и вышли 2 пассажира. Сколько теперь пассажиров в автобусе? Решение: $7 + 3 - 2 = 8$ (п.)
2 кл.	**Задачи, решение которых выполняется по формуле:** $a + (a + b)$ / $a + (a - b)$ / $a + (b \times a)$ / $a + (a : b)$. В основном, это составные задачи на нахождение суммы, включающие простую задачу на увеличение / уменьшение числа на несколько единиц / в несколько раз. Задачи, решаемые по формулам $a + (a \pm b)$ – это первые составные задачи, с которыми встречаются учащиеся.	*Пример задачи, решаемой по формуле* $a + (a + b)$ У Маши 3 груши, а у Кати на 2 груши больше. Сколько всего груш у девочек? Маша … 3 г. Катя … ? г., на 2 г. больше ? г.
	Задачи на вычитание суммы из числа / числа из суммы. Задачи на вычитание суммы из числа всегда допускают второй способ решения: $a - (b + c) = a - b - c$. Если позволяют числовые данные, то задачи на вычитание числа из суммы могут допускать еще два способа решения: при $a \geq c$ и $b \geq c$ $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$.	*Пример задачи на вычитание суммы из числа* Во дворе было 20 ребят. Сколько из них осталось после того, как 7 девочек и 8 мальчиков ушли домой? Было … 20 р. Ушли … ? р. (7 и 8) Осталось … ? р. *Пример задачи на вычитание числа из суммы* Во дворе было 8 девочек и 9 мальчиков. Сколько ребят осталось во дворе после того, как 7 ребят ушли домой? Было … ? р. (8 и 9) Ушли … 7 р. Осталось … ? р.

[6] См. приложение 3.

3 кл.	**Задачи на нахождение трех слагаемых по трем суммам (одна общая и две частичные суммы)** Подобные задачи представляют собой три сцепленные простые задачи на нахождение неизвестного слагаемого. Допускают три способа решения: начиная от первого / второго / третьего неизвестного слагаемого.	*Пример задачи* В лесной школе учатся 18 зверят: ежи, белки и зайцы. Ежей и белок всего 11, белок и зайцев всего 13. Сколько ежей, сколько белок и сколько зайцев учатся в лесной школе? Ежи … ? зв. Белки … ? зв. } 11 зв. Зайцы … ? зв. } 13 зв. } 18 зв.
	Задачи, раскрывающие распределительное свойство умножения относительно сложения: на умножение суммы на число / числа на сумму. Подобные задачи допускают второй способ решения, согласно распределительному свойству умножения относительно сложения: $(a + b) \times c = a \times c + b \times c \quad = \quad c \times (a + b) = c \times a + c \times b.$	*Пример задачи на умножение суммы на число* Саша купил 3 ручки по 4 лея, а Митя – 5 таких же ручек. Найди общую стоимость их покупок. 1 р. … 4 лея ? р. (3 и 5) … ? леев *Пример задачи на умножение числа на сумму* Саша купил 3 ручки по 4 лея, а Митя – 3 ручки по 5 леев. Найди общую стоимость их покупок. 1 пара ручек … ? леев (4 и 5) 3 пары ручек … ? леев
	Задачи, раскрывающие правило деления суммы на число: задачи на деление суммы на число Если позволяют числовые данные, то задачи на деление суммы на число допускают второй способ решения: при $a \vdots c$ и $b \vdots c$ $(a + b) : c = a : c + b : c.$ <u>Внимание</u>! Задачи на деление числа на сумму не допускают второго способа решения: $c : (a + b) \neq c : a + c : b.$	*Пример задачи на деление суммы на число* 16 девочек и 20 мальчиков разбились на команды по 4 ребят. Сколько получилось команд? 1 к. … 4 р. ? к. … ? р. (16 и 20) *Пример задачи на деление числа на сумму* 30 ребят разбились на команды по 3 мальчика и 2 девочки. Сколько получилось команд? 1 к. … ? р. (3 и 2) ? к. … 30 р.
4 кл.	**Задачи на вычитание двух сумм / на сложение двух разностей** В зависимости от числовых данных, подобные задачи допускают два способа решения: при $a \geq c;\ b \geq d$ $(a + b) - (c + d) = (a - c) + (b - d).$	*Пример задачи.* Во дворе гуляли 12 мальчиков и 9 девочек. Сколько ребят ушли домой, если остались 4 мальчика и 3 девочки? Было … ? р. (12 и 9) Ушли … ? р. Осталось … ? р. (4 и 3)

4.3. ТЕСТ

Форма: письменная. **Время работы:** 45 минут.

Задания: типизация, краткая запись, решение составных типовых задач с пропорциональными величинами.[7]

ИНФО БАНК

• Пусть величина ***B*** зависит от величины ***A***. Если при увеличении ***A*** в несколько раз, величина ***B*** увеличивается во столько же раз, то ***A*** и ***B*** называются прямо пропорциональными величинами.

• Пусть величина ***B*** зависит от величины ***A***. Если при увеличении ***A*** в несколько раз, величина ***B*** уменьшается во столько же раз, то ***A*** и ***B*** называются обратно пропорциональными величинами.

В составных типовых задачах с пропорциональными величинами говорится о трех величинах, находящихся во взаимной зависимости типа:
Количество × *Цена* = *Стоимость;*
Время × *Скорость* = *Расстояние;*
Время × *Производительность труда* = *Объем работы;*
Кол-во мешков × *Масса каждого мешка* = *Общая масса;*
Кол-во команд × *Кол-во детей в каждой команде* = *Общее кол-во детей* и т. д.

Выделяют 3 категории типовых составных задач с пропорциональными величинами.
Одна из трех величин, о которых говорится в этих задачах – постоянна, но не известна. Обозначим ее, как ***Z***. Обозначим две другие величины (пропорциональные), как ***X*** и ***Y***, и положим, что $Y = y_1$ при $X = x_1$ и $Y = y_2$ при $X = x_2$.

1. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧЕТВЕРТОГО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО (на простое тройное правило)

Требуется по трем заданным значениям x_1, y_1 и x_2 найти соответствующее четвертое значение y_2. Таким образом получаются 6 видов задач на нахождение четвертого пропорционального: 4 вида задач на прямую пропорциональную зависимость и 2 вида задач на обратную пропорциональную зависимость (Таблица 1). Решение всех этих 6 видов можно выполнить *способом нахождения постоянной величины*, который для первых двух видов еще называется *способом приведения к единице*. Если позволяют численные значения, то возможно решение *способом нахождения отношения* (другое название - способ пропорций).

2. ЗАДАЧИ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ

По заданным двум значениям одной величины (x_1 и x_2 либо y_1 и y_2) и заданной сумме двух значений другой величины (соответственно, $y_1 + y_2$ либо x_1 и x_2) требуется найти значение третьей, постоянной величины ***Z***. Таким образом, в этих задачах описываются две суммы, одна из которых дана, а другая – неизвестна. Решение выполняется *способом нахождения постоянной величины*: находим неизвестную сумму, затем делим одну сумму на другую (Таблица 2).

3. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ДВУМ РАЗНОСТЯМ

По заданным двум значениям одной величины и заданной разности двух значений другой величины требуется найти значение третьей, постоянной величины. Таким образом, в подобных задачах описываются две разности, одна из которых дана, а другая – неизвестна. Решение выполняется *способом нахождения постоянной величины*: находим неизвестную разность, затем делим одну разность на другую (Таблица 3).

[7] См. приложение 4.

Таблица 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧЕТВЕРТОГО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО (2-4 классы)
на примере задач, содержащих величины: *количество, цена, стоимость*

№	Величины			Задача	Решение
	Количество	***Цена***	***Стоимость***		
1.	Даны 2 значения *(2 ручки и 8 ручек).*	Одинако-вая *(неизвестная)*	Одно значение дано *(6 леев)*, второе значение – искомое.	Вместе, 2 ручки стоят 6 леев. Сколько стоят 8 таких ручек? 1 р. ... ? лея 2 р. ... 6 леев 8 р. ... (?) лея	• ***Способ нахождения постоянной величины*** *(прямое приведение к единице)*[8] 1) 6 : 2 = 3 (лея) – цена; 2) 8 × 3 = 24 (лея) – стоимость 8 ручек. • ***Способ нахождения отношения*** *(способ пропорций)* Заметим, что количество ручек увеличилось в 4 раза. Значит, и стоить они будут в 4 раза больше *(кол-во и стоимость – прямо пропорциональные величины)*. 1) Во сколько раз увеличилось количество ручек? 8 : 2 = 4 (раза) 2) Сколько стоят 8 ручек? 4 × 6 = 24 (лея)
2.	Одно значение дано *(2 карандаша)*, второе значение – искомое.	Одина-ковая *(неизвестная)*	Даны 2 значения (*6 леев и 24 лея*).	Стоимость 2 карандашей – 6 леев. Сколько таких карандашей стоят 24 лея? 1 к. ... ? лея 2 к. ... 6 леев (?) к. ... 24 лея	• ***Способ нахождения постоянной величины*** *(обратное приведение к единице)*[9] 1) 6 : 2 = 3 (лея) – цена; 2) 24 : 3 = 8 (к.) – стоят 24 лея. • ***Способ нахождения отношения*** *(способ пропорций)* Заметим, что потрачено в 4 раза больше денег. Значит куплено в 4 раза больше карандашей *(кол-во и стоимость – прямо пропорциональные величины)*. 1) Во сколько раз больше денег потрачено? 24 : 6 = 4 (раза) 2) Сколько карандашей стоят 24 лея? 4 × 2 = 8 (к.)

[8] Прямое приведение к единице предполагает приведение к единице численного значения той величины, два значения которого даны в задаче.
[9] Обратное приведение к единице предполагает приведение к единице численного значения той величины, одно значение которой известно, а другое – неизвестно.

<table>
<tr><th rowspan="2">№</th><th colspan="3">Величины</th><th rowspan="2">Задача</th><th rowspan="2">Решение</th></tr>
<tr><th>Количество</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr>
<td>3.</td>
<td>Одинаковое (неизвестное)</td>
<td>Даны 2 значения (8 леев и 4 лея).</td>
<td>Одно значение дано (24 лея), второе значение – искомое.</td>
<td>Аня купила пирожки по цене 8 леев, а Митя – купил столько же булок по цене 4 лея. Сколько денег потратил Митя, если Аня потратила 24 лея?
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>Пирожки
Булки</td><td>? шт., одинаковое</td><td>8 леев
4 лея</td><td>24 лея
? леев</td></tr>
</table>
</td>
<td>• Способ нахождения численного значения постоянной величины
1) 24 : 8 = 3 (пирожка) – количество;
2) 3 × 4 = 12 (леев) – стоимость булок.
• Способ нахождения отношения (способ пропорций)
Заметим, что булки в 2 раза дешевле пирожков, значит Митя потратил в 2 раза меньше, чем Аня (цена и стоимость – прямо пропорциональные величины).
1) Во сколько раз булки дешевле, чем пирожки?
8 : 4 = 2 (раза)
2) Сколько денег потратил Митя?
24 : 2 = 12 (леев)</td>
</tr>
<tr>
<td>4.</td>
<td>Одинаковое (неизвестное)</td>
<td>Одно значение дано (2 лея), второе значение – искомое.</td>
<td>Даны 2 значения (10 леев и 80 леев).</td>
<td>Таня купила шарики по цене 2 лея, всего на сумму в 10 леев. Олег купил столько же мэрцишоров, сколько шариков купила Таня, но на сумму в 80 леев. Найди цену мэрцишоров.
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>Шар.
Мэрц.</td><td>? шт., одинаковое</td><td>2 лея
? леев</td><td>10 леев
80 леев</td></tr>
</table>
</td>
<td>• Способ нахождения численного значения постоянной величины
1) 10 : 2 = 5 (шариков) – количество;
2) 80 : 5 = 16 (леев) – цена мэрцишоров.
• Способ нахождения отношения (способ пропорций)
Заметим, что на то же количество предметов Олег потратил в 8 раз больше, чем Таня. Значит, мэрцишоры в 8 раз дороже шариков (цена и стоимость – прямо пропорциональные величины).
1) Во сколько раз больше денег потратил Олег, чем Таня?
80 : 10 = 8 (раз)
2) Какова цена мэрцишоров?
8 × 2 = 16 (леев)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">№</th><th colspan="3">Величины</th><th rowspan="2">Задача</th><th rowspan="2">Решение</th></tr>
<tr><th>Количество</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr>
<td>5.</td>
<td>Одно значение дано (10 мячей), второе значение – искомое (сколько кукол?).</td>
<td>Даны 2 значения (6 леев и 30 леев).</td>
<td>Одинаковая (неизвест-ная).</td>
<td>Сколько кукол по цене 30 леев стоят столько же, сколько 10 мячей по цене 6 леев?
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>Мячи
Куклы</td><td>10 шт.
(?) шт.</td><td>6 леев
30 леев</td><td>? леев,
одинаковая</td></tr>
</table>
</td>
<td>• Способ нахождения численного значения постоянной величины
1) 10 × 6 = 60 (леев) – стоимость;
2) 60 : 30 = 2 (куклы) – количество.
• Способ нахождения отношения (способ пропорций)
Заметим, что кукла в 5 раз дороже мяча. Значит, на ту же сумму можно купить в 5 раз меньше кукол, чем мячей (кол-во и цена – обратно пропорциональные величины).
1) Во сколько раз кукла дороже мяча?
30 : 6 = 5 (раз)
2) Сколько кукол имеют нужную стоимость?
10 : 5 = 2 (куклы)</td>
</tr>
<tr>
<td>6.</td>
<td>Даны 2 значения (12 альбо-мов и 4 пенала).</td>
<td>Одно значение дано (9 леев), второе значение – иско мое.</td>
<td>Одинаковая (неизвест-ная).</td>
<td>12 альбомов по цене 9 леев стоят столько же, сколько 4 пенала. Найди цену пеналов.
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>Альбомы
Пеналы</td><td>12 шт.
4 шт.</td><td>9 леев
(?) леев</td><td>? леев,
одинаковая</td></tr>
</table>
</td>
<td>• Способ нахождения численного значения постоянной величины
1) 12 × 9 = 108 (леев) – стоимость;
2) 108 : 4 = 27 (леев) – цена пеналов.
• Способ нахождения отношения (способ пропорций)
Заметим, что на ту же сумму куплено в 3 раза меньше пеналов, чем альбомов. Значит пенал в 3 раза дороже альбома (кол-во и цена – обратно пропорциональные величины).
1) Во сколько раз больше альбомов, чем пеналов?
12 : 4 = 3 (раза)
2) Какова цена пеналов?
3× 9 = 27 (леев)</td>
</tr>
</table>

Таблица 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ (4 класс)
на примере задач, содержащих величины: *количество, цена, стоимость*

№	Величины			Задача	Решение *Способ нахождения численного значения постоянной величины*
	Кол-во	*Цена*	*Стоимость*		
1.	Даны два значения *(6 ручек и 4 ручки).*	Одина-ковая *(неизвест ная)*	Дана сумма двух неиз-вестных значений *(20 леев).*	Задача 1. Аня купила 6 ручек, а Дима – 4 ручки по той же цене. Вместе, дети потратили 20 леев. Найди цену ручек. 1 ручка ... ? леев ? (6 и 4) ручки ... 20 леев Задача 2. Аня купила 6 ручек, а Дима – 4 ручки по той же цене. Вместе, дети потратили 20 леев. Сколько потратил каждый? 1 ручка ... ? леев ? (6 и 4) ручки ... 20 леев 6 ручек ... ? леев 4 ручки ... ? леев	Задача 1 1) 6 + 4 = 10 (ручек) – общее количество; 2) 20 : 10 = 2 (лея) – цена. Задача 2 1) 6 + 4 = 10 (ручек) – общее количество; 2) 20 : 10 = 2 (лея) – цена; 3) 6 × 2 = 12 (леев) – Аня; 4) 4 × 2 = 8 (леев) *или* 20 – 12 = 8 (леев) – Дима.
2.	Дана сумма двух неиз вестных значений *(10 тетра дей).*	Одина-ковая *(неизвест ная)*	Даны два значения *(16 леев и 24 лея).*	Задача 1. Вместе, Даша и Егор купили 10 тетрадей по той же цене. Даша заплатила 16 леев, а Егор – 24 лея. Найди цену тетрадей. 1 т. ... ? леев 10 т. ... ? (16 и 24) леев Задача 2. Вместе, Даша и Егор купили 10 тетрадей по той же цене. Даша заплатила 16 леев, а Егор – 24 лея. Сколько тетрадей купил каждый из детей? 1 т. ... ? леев 10 т. ... ? (16 и 24) леев ? т. ... 16 леев ? т. ... 24 лея	Задача 1 1) 16 + 24 = 40 (леев) – общая стоимость; 2) 40 : 10 = 4 (лея) – цена. Задача 2 1) 16 + 24 = 40 (леев) – общая стоимость; 2) 40 : 10 = 4 (лея) – цена; 3) 16 : 4 = 4 (т.) - Даша; 4) 24 : 4 = 6 (т.) *или* 10 – 6 = 6 (т.) - Егор.

<table>
<tr><th rowspan="2">№</th><th colspan="3">Величины</th><th rowspan="2">Задача</th><th rowspan="2">Решение
Способ нахождения численного значения постоянной величины</th></tr>
<tr><th>Кол-во</th><th>Цена</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>3.</td><td>Одина-ковое (неиз-вестное)</td><td>Дана сумма двух неиз-вестных значений (30 леев).</td><td>Даны 2 значения (40 леев и 80 леев).</td><td><u>Задача 1.</u> Света купила несколько наборов, состоящих из открытки и мэрцишора. Цена набора - 30 леев. Известно, что купленные открытки стоили вместе 40 леев, а все мэрцишоры – 80 леев. Сколько наборов купила Света?
1 набор … 30 леев
? наборов … ? (40 и 80) леев

<u>Задача 2.</u> Света купила несколько наборов, состоящих из открытки и мэрцишора. Цена набора - 30 леев. Известно, что купленные открытки стоили вместе 40 леев, а все мэрцишоры – 80 леев. Найди цену открыток и цену мэрцишоров.
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во (шт.)</th><th>Цена (леи)</th><th>Стоимость (леи)</th></tr>
<tr><td>Открытки

Мэрцишоры</td><td>?, одина-ковое</td><td>?
30
?</td><td>40

80</td></tr>
</table></td><td><u>Задача 1</u>
1) 40 + 80 = 120 (леев) – общая стоимость;
2) 120 : 30 = 4 (набора).

<u>Задача 2</u>
1) 40 + 80 = 120 (леев) – общая стоимость;
2) 120 : 30 = 4 (набора) – количество;
3) 40 : 4 = 10 (леев) – цена открыток;
4) 80 : 4 = 20 (леев)
или
30 – 10 = 20 (леев) – цена мэрцишоров.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Одина-ковое (неиз-вестное)</td><td>Даны 2 значения (2 лея и 4 лея).</td><td>Дана сумма двух неиз-вестных значений (18 леев).</td><td><u>Задача 1.</u> Маша купила несколько ручек по цене 2 лея и столько же фломастеров по цене 4 лея. Всего она потратила 18 леев. Сколько ручек она купила? Сколько фломастеров?
1 набор … ? (2 и 4) леев
? наборов … 18 леев

<u>Задача 2.</u> Маша купила несколько ручек по цене 2 лея и столько же фломастеров по цене 4 лея. Всего она потратила 18 леев. Какова стоимость ручек? Какова стоимость фломастеров?
<table>
<tr><th></th><th>Кол-во (шт.)</th><th>Цена (леи)</th><th>Стоимость (леи)</th></tr>
<tr><td>Ручки

Фломастеры</td><td>?, одинаковое</td><td>2

4</td><td>?
18
?</td></tr>
</table></td><td><u>Задача 1</u>
1) 2 + 4 = 6 (лея) – цена набора из ручки и фломастера;
2) 18 : 6 = 3 (набора) – количество.

<u>Задача 2</u>
1) 2 + 4 = 6 (лея) – цена набора из ручки и фломастера;
2) 18 : 6 = 3 (набора) – количество;
3) 3 × 2 = 6 (леев) – стоимость ручек;
4) 3 × 4 = 12 (леев) – стоимость фломастеров.</td></tr>
</table>

Таблица 3. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЕЛ ПО ДВУМ РАЗНОСТЯМ (4 класс)
на примере задач, содержащих величины: *количество, цена, стоимость*

№	Величины			Задача	Решение *Способ нахождения численного значения постоянной величины*
	Кол-во	*Цена*	*Стоимость*		
1.	Даны 2 значения *(10 ручек и 4 ручки).*	Одинаковая *(неизвестная)*	Дана разность двух неизвестных значений *(12 леев).*	Аня купила 10 ручек, а Дима – 4 ручки по той же цене. Аня потратила на 12 леев больше, чем Дима. Найди цену ручек. 1 р. ...(?) леев ? (10 без 4) р. ... 12 леев	1) 10 - 4 = 6 (ручек) – разность количеств; 2) 12 : 6 = 2 (лея) – цена.
2.	Дана разность двух неизвестных значений *(5 ручек).*	Одинаковая *(неизвестная)*	Даны два значения *(30 леев и 45 леев).*	Даша и Егор купили ручки по той же цене. Даша купила на 5 ручек меньше, чем Егор. Она заплатила 30 леев, а Егор – 45 леев. Найди цену ручек. 1 р. ...(?) леев 5 р. ... ? (45 без 30) леев	1) 45 - 30 = 15 (леев) – разность стоимостей; 2) 15 : 5 = 3 (лея) – цена.
3.	Одинаковое *(неизвестное)*	Даны два значения (*3 лея и 7 лея*).	Дана разность двух неизвестных значений *(24 лея)*	Несколько друзей заказали в кафе по чаю за 3 лея и по пирожному за 7 леев. Пирожные стоили вместе на 24 лея больше, чем весь чай. Сколько было друзей? Для этого типа задач не целесообразно выполнять краткую запись, так как она требует слишком большого усилия.	1) 7 - 3 = 4 (лея) – разность цен; 2) 24 : 4 = 3 (друзей).
4.	Одинаковое *(неизвестное)*	Дана разность двух неизвестных значений (*4 лея*).	Даны два значения (*21 лей и 9 леев*).	Несколько друзей заказали в кафе по чаю и по пирожному. Одно пирожное на 4 лея дороже, чем чашка чая. Все пирожные вместе стоили 21 лей, а все чашки чая – 9 леев. Сколько было друзей? Для этого типа задач не целесообразно выполнять краткую запись, так как она требует слишком большого усилия.	1) 21 - 9 = 12 (леев) – разность стоимостей; 2) 12 : 4 = 4 (друзей).

4.4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА (II текущее оценивание)

Тема работы: проектирование и проведение работы над задачей; методическое консультирование

Форма работы: практическая

Формат сдачи выполненной работы: цифровой

Время подготовки: 2 недели

Задания[10]:

1. Проектирование работы над простой задачей
2. Проектирование работы над составной задачей
3. Проведение работы над задачей (видео)
4. Методическое консультирование

Оцениваемые компетенции:

- Внедрение современных теорий и методологий в процессе проектирования, проведения и оценивания дидактической деятельности по математике в начальных классах, в контексте актуальных образовательных политик;
- Использование современных технологий педагогической поддержки учащихся начальных классов ввиду развития их достижений по математике;
- Управление и самоуправление карьерой в свете профессиональных достижений в области дидактики математики в начальных классах.

Оцениваемые учебные содержания:

- Теоретико-методические основы формирования компетенции решать простые задачи на сложение и на вычитание в первом классе.
- Теоретико-методические основы формирования компетенции решать простые задачи на умножение и на деление во втором классе.
- Теоретико-методические основы формирования компетенции решать составные задачи с относительно явными действиями в 2-4 классах.
- Теоретико-методические основы формирования компетенции решать составные задачи с пропорциональными величинами в 3-4 классах.
- Типичные трудности учащихся при работе над простыми задачами. Стратегии предотвращения и преодоления.
- Типичные трудности учащихся при работе над составными задачами с относительно явными действиями. Стратегии предотвращения и преодоления.
- Типичные трудности учащихся при работе над составными задачами с пропорциональными величинами. Стратегии предотвращения и преодоления.

Схема оценивания

- *Задания 1-2:* 0 – 3 балла за эффективность проектирования деятельности на каждом этапе работы над задачей.
- *Задание 3:* 0-3 балла за эффективность проведения деятельности на каждом этапе работы над задачей.
- *Задание 4:* 0-2 балла за аргументированность каждого шага анализа SWOT; 0-5 баллов за целесообразность рекомендаций.

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов: Максимальное кол-во баллов) : 8 + 2

[10] См. приложение 5.

РАБОТА НАД ПРОСТОЙ ЗАДАЧЕЙ В ПЕРВОМ КЛАССЕ. ЭТАП ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

I. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ СУММЫ

Модуль 3: Сложение и вычитание в концентре 0-10

Единицы компетенций:
3.4.Решение простых задач на сложение и на вычитание, с опорой на предметные действия или рисунки, а также примером.
3.1. Восприятие математической терминологии, сопутствующей понятиям сложения и вычитания.

Тип урока: урок формирования способностей к применению знаний.
Отрывок урока отражает следующие этапы урока данного типа: 4. Закрепление материала и формирование умений: а) на уровне воспроизведения; б) на продуктивном уровне.

Цели проектируемого отрывка урока**:** В конце урока учащиеся покажут, что способны:
- решать простые задачи на нахождение суммы, с опорой на предметы и рисунки, по алгоритму: условие задачи; вопрос задачи; краткая запись; решение; ответ задачи;
- читать пример на сложение различными способами, используя изученные элементы математического языка.

Дидактические стратегии (для проектируемого отрывка урока):

Дидактические методы/техники:

- объяснение, демонстрация, опорное чтение, эвристическая беседа, проблематизация.

Формы организации класса:

- фронтальная;
- фронтально-индивидуальная.

Дидактические средства:

- *демонстративные*: плакаты, карточки, вырезанные из картона яблоки, маркеры;
- *индивидуальные*: тетрадь по математике;
- *раздаточные* (для каждого учащегося): конверт с 10 вырезанными из картона яблоками.

Время: 20 мин.

Сл.	Сл.	Сум.

2 комплекта карточек

Плакат 1

ЗАДАЧА

УСЛОВИЕ	ВОПРОС
КРАТКАЯ ЗАПИСЬ	
РЕШЕНИЕ	
ОТВЕТ	

Плакат 2

ЗАДАЧА



ДИДАКТИЧЕСКИЙ СЦЕНАРИЙ (отрывок урока)

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
I этап. ЧТЕНИЕ И ПОНИМАНИЕ ЗАДАЧИ	
➢ ***Образцовые читки***	
- *Я буду читать задачу по плакату, а вы следите за текстом.* Прошу одного ученика перечитать задачу вслух, а остальных – следить за текстом.	
➢ ***Направляю актуализацию знаний*** (по плакату 1)	
- *Из каких двух частей состоит любая задача?*	- *Любая задача состоит из условия и вопроса.*
- *Что узнаём из условия задачи?*	- *Из условия задачи узнаём, что в задаче известно.*
- *Что узнаём из вопроса задачи?*	- *Из вопроса задачи узнаём, что в задаче нужно найти/ вычислить.*
➢ ***Направляю чтение и понимание задачи для выделения условия задачи и её вопроса.***	
- *Перечитайте задачу шёпотом и подумайте, каково условие задачи и каков её вопрос.*	
Прошу одного учащегося перечитать только условие задачи, затем прошу другого подчеркнуть на плакате условие задачи зелёным маркером.	- *Условие задачи: У Мити 3 яблока, а у Ани 4 яблока.*
Прошу одного учащегося перечитать только вопрос задачи, затем прошу другого подчеркнуть на плакате вопрос задачи красным маркером.	- *Вопрос задачи: Сколько всего яблок у детей?*
По необходимости, перечитываем задачу в паре: один ученик читает условие задачи, а другой читает ее вопрос.	
➢ ***Направляю чтение и понимание задачи для выявления главных слов.***	- *В задаче говорится о Мите и Ане.*
- *О ком говорится в задаче?*	- *Митя, Аня.*
- *Значит, какие слова в задаче - главные? Отвечаем хором* (по взмаху моих рук).	На доске и в тетрадях получилось:
- *Пишем главные слова (первые буквы слов) в столбик.*	*М ...*
- *Отступаем по клеточке от каждого главного слова и в следующей клеточке пишем три точки.*	*А ...*
II этап. КРАТКАЯ ЗАПИСЬ ЗАДАЧИ	
➢ ***Пишу на доске и направляю запись в тетрадях.***	
- *Теперь ответим на вопросы и дополним краткую запись задачи. Яблоки будем рисовать кругами. Пишем и рисуем ручкой.*	

- Знаем ли мы, сколько яблок у Мити? *- Знаем ли мы, сколько яблок у Ани?*[11] *- Что спрашивается в задаче?* *- Верно – всего*[12]*. Как обозначим «всего» в краткой записи?* *- Рисуем карандашом фигурную скобку. Что напишем за фигурной скобкой?* ➢ ***Обеспечиваю понимание краткой записи.*** Прошу учеников пересказать задачу по краткой записи. Направляю пересказ показом в краткой записи. По мере необходимости, начинаю предложения, а учащиеся их заканчивают.	*- Знаем, пишем 3*◯ *- Знаем, пишем 4*◯ *- Сколько всего яблок?* *- Фигурной скобкой.* *- Напишем ?*◯ На доске и в тетрадях получилась краткая запись: *М … 3* ◯ *А … 4* ◯ *?* ◯
III этап. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ	
Решение с опорой на предметные действия	
➢ ***Работаю на доске и направляю решение с опорой на предметные действия.*** *- Отступаем ряд вниз и пишем посередине следующего ряда заглавную букву Р и двоеточие (т. е. Решение).* *- У каждого из вас есть конверт с кругами. Выложите на парте столько кругов, сколько яблок было у Мити.* Прошу одного ученика сказать, сколько кругов выложим, и выкладываю 3 круга на доске. *- Выложите далее, чуть поодаль, ещё столько кругов, сколько яблок было у Ани.* Прошу одного ученика сказать, сколько кругов ещё выложим, и выкладываю 4 круга на доске. *- Как узнать по кругам, сколько всего яблок у детей?* *- Считаем хором, трогая пальчиком каждый круг. Сколько получилось?*	На партах и на доске получилось: ●●● ●●●● *- Нужно пересчитать все круги.* *- Получилось 7 кругов, 7 яблок всего у детей.*
Решение примером	
➢ ***Направляю запись решения примером.*** *- Как у нас получилось 7?*	*- Мы выложили 3 круга, потом ещё 4, и получили 7.*

[11] В дальнейшем, на этапе формирования навыков решать задачи, полезно просить учащихся самим задавать подобные вопросы классу. Этот же приём может быть выполнен при помощи метода комментированного решения (учащиеся работают самостоятельно в тетрадях и поочерёдно (согласно этапам работы над задачей, проговаривают то, что пишут).

[12] Приём дидактического подтверждения.

- *Верно, 3 и ещё 4 - всего 7.*[13] - *Как запишем решение примером?* - *Что означает знак «плюс»?* Пишу решение на доске: 3 + 4 = 7 - *7 – это что?* - *Верно, обозначим в скобках яблоко кружком.*	- *3 + 4 = 7* - *Плюс означает и ещё / да ещё.* Учащиеся записывают в тетрадях. - *7 яблок.* На доске и в тетрадях получилось: *Р:* *3 + 4 = 7 (◯)*
Запись ответа задачи	
➢ ***Направляю запись краткого ответа.*** - *Итак, мы решили задачу. Что теперь нужно записать?* (плакат 2) - *Пишем с новой строки заглавную букву О и двоеточие (т. е. ответ)* - *Что нужно сделать, чтобы составить ответ задачи?* Прошу одного ученика перечитать вопрос задачи (по краткой записи или по плакату 1) и дать устно полный (развернутый) ответ. Прошу другого ученика объяснить, как запишем краткий ответ. Пишу на доске краткий ответ.	- *Теперь нужно записать ответ задачи.* - *Нужно перечитать вопрос задачи и ответить на него.* - *Всего у детей 7 яблок.* На доске и в тетрадях получилось: *О: 7 ◯*
IV этап. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПОСЛЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ	
➢ ***Работаю над развитием математического языка.*** - *Прочитайте полученный пример различными способами.* - *Как называются числа при сложении?* Показываю соответствующие карточки и прошу одного ученика прикрепить их под записанным на доске примером, которым решили задачу. Прошу другого ученика прикрепить соответствующим образом такие же карточки к записанной на доске краткой записи.	- *три плюс четыре равно семи;* - *три и ещё четыре будет семь;* - *к трём прибавить четыре - получится семь и т. д.* - *Числа при сложении называются: Слагаемое, Слагаемое, Сумма* 3 + 4 = 7 (◯) Сл. Сл. Сум. Сл. *М … 3 ◯* Сл. *А … 4 ◯* *? ◯* Сум.

[13] Приём дидактического подтверждения.

- *Как вы думаете, почему слагаемые записаны зелёным, а сумма – красным цветом?* - *И как же мы нашли сумму по заданным слагаемым?*	- *Слагаемые были нам известны из условия задачи, поэтому они, как и условие, зелёного цвета. Сумму нужно было найти, поэтому она, как и вопрос задачи, красного цвета.* - *Сложили слагаемые и нашли сумму.*

II. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ УМЕНЬШАЕМОГО

Задача № 2 а) (учебник, стр. 102): Сколько орехов было у белки, если она съела 20, и у неё осталось 80?

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
I этап. ЧТЕНИЕ И ПОНИМАНИЕ ЗАДАЧИ	
➢ ***Образцовые читки***	
- *Я буду читать задачу, а вы следите пальчиком по учебнику.* Прошу одного ученика перечитать задачу вслух, а остальных – следить пальчиком по учебнику.	
➢ ***Направляю чтение и понимание задачи для выявления главных слов.***[14]	
- *Перечитайте задачу шепотом и подумайте, <u>о ком</u> говорится в задаче.*	
- *Итак, о ком говорится в задаче?*	- *В задаче говорится о белке.*
- *Где живет белка?*	- *Белка живет в лесу, на дереве, в дупле.*
- *Перечитайте задачу шепотом еще раз, внимательно, чтобы мы смогли хорошо себе все представить.*	
- *Давайте представим себе, что у нас телефоны с очень сильными камерами, и мы снимаем видео / story о белке.* (Имитируем, как снимаем.)	
- *Теперь положим на парты наши воображаемые телефоны и расскажем, что же мы сняли на видео.*	
- *Вначале мы увидели и сняли то, что у белки несколько орехов …*	- … *было.* (Отвечают хором, по взмаху рук учителя.)
- *<u>Было.</u>*[15]	
- *Затем сняли, как белка несколько орехов …*	- … *съела.*
- *<u>Съела.</u>*	
- *И в конце сняли то, что у белки несколько орехов …*	- … *осталось.*

[14] Условие и вопрос этой задачи переплетены между собой. В подобных случаях, распознавание условия и вопроса задачи требует дополнительных усилий первоклассников и специально направленной работы учителя. Поэтому на этапе формирования умений решать задачи эту часть работы можно пропустить.

[15] Прием дидактического подтверждения.

- *Осталось.* - *Повторим ещё раз, быстро:* *Вначале у белки несколько орехов … Затем она несколько орехов … И в конце у неё несколько орехов …* - *Значит, какие слова в задаче - главные?* - *Пишем главные слова в столбик.* - *Отступаем по клеточке от каждого главного слова и в следующей клеточке пишем три точки.*	- *… было … съела … осталось.* *Было, Съела, Осталось.* На доске и в тетрадях получилось: *Было …* *Съела …* *Осталось …*
II этап. КРАТКАЯ ЗАПИСЬ ЗАДАЧИ	
➢ ***Пишу на доске и направляю запись в тетрадях.*** - *Теперь ответим на вопросы и дополним краткую запись задачи.* - *Знаем ли мы, сколько орехов у белки было?* - *Знаем ли мы, сколько орехов белка съела?* - *Знаем ли мы, сколько орехов у белки осталось?* ➢ ***Обеспечиваю понимание краткой записи*** (по необходимости) Прошу учеников пересказать задачу по краткой записи. Направляю пересказ показом в краткой записи. Начинаю предложения, а учащиеся их заканчивают.	- *Не знаем, пишем ? ор. (орехов).* - *Знаем, пишем 20 ор. (орехов).* - *Знаем, пишем 80 ор. (орехов).* На доске и в тетрадях получилась краткая запись: *Было … ? ор.* *Съела … 20 ор.* *Осталось … 80 ор.*
III этап. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ	
Решение с опорой на рисунки	
➢ ***Работаю на доске и направляю решение с опорой на рисунки.*** - *Мы составили краткую запись. Теперь что следует?* (показываю плакат 1) - *Отступаем ряд вниз и пишем посередине Решение:* - *Чтобы хорошо понять решение задачи, мы с вами повоображаем и порисуем.* - *Вообразим себе, что мы поставили видео на обратную перемотку и смотрим его наоборот – от конца к началу.* - *Что мы видим в конце видео?* - *Начертим столько палочек, сколько десятков орехов осталось у белки.* Прошу одного ученика сказать, сколько палочек начертим, и черчу 8 палочек на доске. - *Смотрим далее наше видео наоборот. Что видим?* - *Отступим клеточку и начертим еще столько палочек, сколько десятков*	- *Теперь следует решение задачи.* - *Видим, что в конце у белки осталось 80 орехов.* Чертят, считая хором от 1 десятка до 8 десятков. - *Видим, как белка ела орехи.*

орехов съела белка. Прошу одного ученика сказать, сколько палочек еще начертим, и черчу на доске 2 палочки. - *Как узнать по этим палочкам, сколько орехов у белки было в самом начале?* - *Считаем десятками хором, трогая пальчиком каждую палочку.* - *Сколько получилось?*	Чертят, считая хором: 1 десяток, 2 десятка. В тетрадях и на доске получилось:  - *Нужно пересчитать все палочки – десятки орехов.* - *Получилось 10 десятков, то есть 100.*
Решение примером	
➢ ***Направляю запись решения примером.*** - *Как у нас получилось 100?* - *Как запишем это примером?* Пишу решение на доске: *80 + 20 = 100* - *100 – это что?* - *Верно, напишем в скобках ор.*	 - *8 десятков и еще 2 десятка, всего 10 десятков, то есть 100.* - *80 + 20 = 100* Учащиеся записывают в тетрадях. - *100 орехов.* На доске и в тетрадях получилось: *Решение:* *80 + 20 = 100 (ор.)*
Запись ответа задачи	
➢ ***Направляю запись краткого ответа.*** - *Итак, мы решили задачу. Что теперь нужно записать?* (плакат 1) - *Пишем с новой строки Ответ:* - *Как нужно поступить, чтобы получить ответ задачи?* Прошу одного ученика перечитать вопрос задачи по краткой записи[16] и дать устно развернутый ответ. Прошу другого ученика объяснить, как запишем краткий ответ. Пишу на доске краткий ответ.	 - *Теперь нужно записать ответ задачи.* - *Нужно перечитать вопрос задачи и ответить на него.* - *У белки было 100 орехов.* На доске и в тетрадях получилось: *Ответ: 100 ор.*
IV этап. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПОСЛЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ	
➢ ***Работаю над пониманием правила нахождения неизвестного уменьшаемого.*** - Показываю классу карточки с сокращенными названиями компонентов и	 - **Ум.** – *уменьшаемое;* **В.** – *вычитаемое;* **Ост.** – *остаток,*

[16] Т.к. в тексте задачи вопрос вплетен в условие, и мы ранее его не выделяли.

результата действия вычитания. *Кто может прочитать, что написано на карточках?* *- Нужно прикрепить эти карточки к главным словам в краткой записи. Как вы считаете, к какому слову прикрепим карточку «Остаток»?* Прикрепляю карточку **Ост.** *- Посмотрите внимательно, каким цветом написано на двух оставшихся карточках: зелёным – известно, красным – неизвестно. Кто хочет пройти и прикрепить их к нужным словам?* *- Теперь перенесем карточки на числа в примере, которым решили задачу.* Показываю число 80 в примере, прошу одного ученика найти в краткой записи соответствующую карточку и переношу ее, прикрепляю сверху числа 80. Аналогично поступаем с числом 20 и с числом 100. Направляю прочтение правила по карточкам – слева направо: *К остатку прибавляем вычитаемое и находим неизвестное уменьшаемое.* Направляю прочтение правила по карточкам – справа налево: *Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, к остатку прибавляем вычитаемое.*	*еще можно сказать «разность».* *- К слову «Осталось».* К доске выходит ученик и прикрепляет карточки. Получилось: **Ум.** *Было ... ? ор.* **В.** *Съела ... 20 ор.* **Ост.** *Осталось ... 80 ор.* Получилось: **Ост.** + **В.** = **Ум.** Читают 1-2 раза хором, потом 1-2 учащихся у доски. Читают 1-2 раза хором, потом 1-2 учащихся у доски.

III. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА УВЕЛИЧЕНИЕ ЧИСЛА НА НЕСКОЛЬКО ЕДИНИЦ
(деятельность учителя, частично)

Во дворе было 4 мальчика, а девочек на 3 больше. Сколько девочек было во дворе?

Этап 3. Решение задачи

а) Решение с опорой на предметные действия

- У каждого из вас на парте есть конверт с геометрическими фигурами. Посмотрите, какие там фигуры. Давайте договоримся, какими фигурами будем изображать мальчиков, а какими – девочек.
- Выложите на парте столько квадратов, сколько было мальчиков.
  Прошу одного ученика сказать, сколько квадратов он выложил, и выкладываю 4 квадрата на доске.
- Что говорится в задаче про девочек?
  Что значит «на 2 больше»?
  Так и будем выкладывать треугольники под квадратами: сначала столько же, а потом ещё 2.
  Прошу одного ученика сказать, сколько треугольников выложим сначала, и выкладываю одновременно с учениками 4 треугольника на доске, подтверждая: столько же. Прошу другого ученика сказать, что будем делать далее, и выкладываю ещё 2 треугольника, подтверждая: ещё 2.
  Давайте покажем ещё раз все вместе, как выкладывали треугольники и скажем хором: столько же и ещё два.
- Как узнаем, сколько девочек?
  И сколько же их?

б) Запись решения примером

- Как мы получили 6?
- Верно. Как запишем это примером?
  Что означает знак «плюс»?
  Пишу решение на доске: $4 + 2 = 6$
- Что такое 6?
  Значит, что напишем в скобках?

Указание. Дополнительное задание должно быть направлено на формулировку правила: «Чтобы найти число на несколько единиц больше данного, нужно выполнить действие сложения.»

IV. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА РАЗНОСТНОЕ СРАВНЕНИЕ
(деятельность учителя, частично)

Во дворе 9 мальчиков и 6 девочек. На сколько больше мальчиков, чем девочек?

Этап 3. Решение задачи

а) Решение с опорой на рисунок

- Будем изображать детей вертикальными палочками, вот такими (показываю на расчерченной в клетку доске). Давайте договоримся, какой цвет выберем для мальчиков, а какой – для девочек.
- Начертите столько синих палочек, сколько мальчиков было во дворе.
  Прошу одного ученика сказать, сколько палочек начертим, и черчу на доске синим мелом 9 палочек.
- Ниже будем чертить красные палочки – изображать девочек. Сколько красных палочек начертим?
  Черчу на доске красным мелом 6 палочек.
- Посмотрите на получившийся рисунок и скажите, кого больше – мальчиков или девочек?

Действительно, мальчиков больше, не всем хватило девочек в пару.

- Кто может показать на доске на палочках, на сколько мальчиков больше?
  Молодец. Давайте покажем это на рисунке – обведем простым карандашом.
  Обвожу белым мелом 3 синие палочки справа.
- Так на сколько же больше мальчиков, чем девочек?

б) Запись решения примером

- Как мы получили 3?
  Верно. Покажем это на палочках. От девяти отняли 6 (прикрываю рукой первые 6 синих палочек). От количества мальчиков отняли количество девочек и узнали на сколько больше мальчиков.
  Прошу одного ученика выйти к доске и повторить показ с пояснением.
- Как запишем решение примером?
  Пишу решение на доске: 9 - 6 = 3
- Три – это кто?
  Значит, что напишем в скобках?

Указание. Дополнительные задания должны быть направлены на: а) выявление того, что девочек на 3 меньше, чем мальчиков; б) формулировку правила: «Чтобы узнать на сколько одно число больше или меньше другого, нужно из большего числа вычесть меньшее.»

V. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО СЛАГАЕМОГО (деятельность учителя, частично)

В букете 9 роз. Из них 4 красные розы, а остальные – белые. Сколько белых роз в букете?

Этап 3. Решение задачи

а) Решение с опорой на рисунок

- Нарисуйте простым карандашом столько кругов, сколько всего в букете роз. Не закрашивайте круги.
  Прошу одного ученика сказать, сколько кругов он нарисует, и рисую на доске 9 кругов.
- Закрасьте красным столько кругов, сколько красных роз в букете.
  Прошу одного ученика сказать, сколько кругов он закрасит, и закрашиваю красным мелом 4 круга.
- Что нужно узнать в задаче?
  Как узнать по кругам, сколько белых роз?
  И сколько их?

б) Запись решения примером

- Как мы получили 5?
  Верно. Покажем это на рисунке. От 9 отняли 4 (прикрываю рукой 4 красных круга). От всех роз отняли красные розы и получили белые розы.
  Прошу одного ученика выйти к доске и повторить показ с пояснением.
- Как запишем решение примером?
  Пишу решение на доске: 9 - 4 = 5 (записываю шире - так, чтобы на 4-ом этапе работы над задачей, на пример можно было наложить карточки)
- Что напишем в скобках?

Этап 4. Дополнительные задания после решения задачи: правило нахождения неизвестного слагаемого

- Показываю карточки с сокращенными названиями компонентов и результата действия сложения и прошу учащихся пояснить, что записано на карточках.
  Нам нужно прикрепить карточки к записанной на доске краткой записи.
  Как вы считаете, куда прикрепим карточку *Сумма*?
  Как вы думаете, почему на карточке Сумма – зелёным цветом?

Посмотрите на оставшиеся карточки, на цвет (зелёный, красный) и прикрепите их в нужном месте.

- Теперь перенесём карточки на числа в примере, которым решили задачу.
  Направляю действия учащихся, затем – прочтение правила по карточкам слева направо: «Из суммы вычитаем известное слагаемое и получаем неизвестное слагаемое.»
  Вызываю несколько учащихся для прочтения правила по карточкам слева направо, с показом.
  Вызываю несколько учащихся для прочтения правила по карточкам справа налево, с показом: «Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.»

VI. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО УМЕНЬШАЕМОГО

(деятельность учителя, частично)

У фонтана плескались воробьи. Улетело 3 воробья. Осталось 5 воробьев. Сколько воробьев было в начале?

Этап 3. Решение задачи

а) Решение с опорой на рисунок

- Давайте представим себе, что мы гуляем у фонтана и смотрим на воробьев. Вот 3 воробушка - фьють – и улетели. Что мы видим теперь? (Видим, что осталось 5 воробьев.)
  Изобразим их вертикальными палочками. Сколько палочек начертим?
- Что нужно себе представить, чтобы узнать, сколько воробьев было в начале? (Что улетевшие 3 воробья вернулись обратно.)
- Давайте изобразим это наклонными палочками. Сколько наклонных палочек начертим?
- Что нужно узнать в задаче?
  Как узнать на палочках, сколько воробьев было в начале?
  И сколько получилось?

Указание. Дополнительное задание должно быть направлено на формулировку правила нахождения неизвестного уменьшаемого: работа с карточками.

VII. ПРОСТАЯ ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ НЕИЗВЕСТНОГО ВЫЧИТАЕМОГО

(деятельность учителя, частично)

Мишутка собрал 15 ягод. Сколько ягод он съел, если остались 3 ягоды?

Этап 3. Решение задачи

а) Решение с опорой на рисунок

Предлагаю изображать ягоды красными точками посередине клеточек.

- Поставьте столько точек, сколько ягод было у Мишутки.
  Прошу одного ученика сказать, сколько точек он поставит, и ставлю на доске красным мелом 15 точек.
- И вот Мишутка ел, ел, ел ягоды (проводу рукой по ряду точек), пока у него не осталось ... (Показываю последние 3 точки в ряду.)
  Давайте обведем их. Вот оставшиеся ягоды (обвожу и показываю).
- Как узнать по точкам, сколько ягод съел Мишутка?
  Сосчитайте. Сколько получается?

Указание. Дополнительное задание должно быть направлено на формулировку правила нахождения неизвестного вычитаемого: работа с карточками.

РАБОТА НАД СОСТАВНОЙ ЗАДАЧЕЙ. РАЗБОР ЗАДАЧИ

- **Задача:** Таня купила 5 тетрадей по 4 лея. Она оплатила покупку купюрой в 50 леев. Какая сдача ей полагается?
- **Тип задачи**: составная задача на нахождение остатка, включающая простую задачу на нахождение произведения
- **Краткая запись задачи**:

Было … 50 леев
Потратила … ? леев (5 т. по 4 лея)
Сдача …(?)леев

1. Разбор по аналитико-синтетическому способу

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Шаг 1. • Посмотрите внимательно на краткую запись и скажите, можно ли сразу ответить на вопрос задачи? Верно, прежде нужно ответить вот на этот вопрос. (Показываю необведенный знак вопроса в краткой записи). • А можем ли мы сразу узнать, сколько леев Таня потратила? Какое действие для этого нужно выполнить? (По ходу ответа показываю числа 5 и 4 в краткой записи.)	• Нельзя, так как неизвестно сколько леев Таня потратила. • Можем. • Нужно умножить 5 на 4.
Шаг 2. • Когда узнаем, сколько леев Таня потратила, сможем ответить на вопрос задачи? (Показываю обведенный знак вопроса в краткой записи). • Для этого…(По ходу ответа показываю главные слова *Было* и *Потратила* в краткой записи.)	• Сможем. • … из того, что *Было*, вычтем то, что *Потратила*, и узнаем *Сдачу*.
Теперь составим устный план решения задачи. • В первом действии узнаем… (После ответа ученика, пишу *1)* над необведенным вопросом в краткой записи.) Для этого… (После ответа ученика, пишу рядом знак умножения и обвожу его.) • Во втором действии узнаем… (После ответа ученика, пишу *2)* над обведенным вопросом в краткой записи.) Для этого… (После ответа ученика, пишу рядом знак умножения и обвожу его.)	• … сколько леев Таня потратила. … умножим 5 на 4. • … какая сдача полагается Тане. … из того, что *Было*, вычтем то, что *Потратила.*

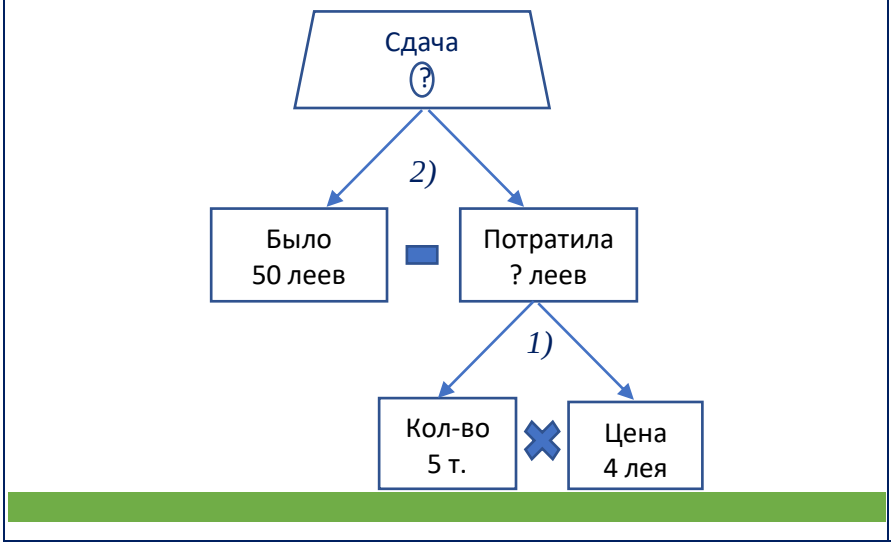
2. Разбор по синтетическому способу

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Шаг 1. • Посмотрите внимательно на краткую запись и скажите, что можно узнать в задаче сразу? Верно, мы сразу можем ответить вот на этот вопрос. (Показываю необведенный знак вопроса в краткой записи). • Какое действие для этого нужно выполнить? (По ходу	• Сразу можно узнать, сколько леев Таня потратила. • Нужно умножить 5 на

ответа показываю числа 5 и 4 в краткой записи.)	4.
Шаг 2. • А когда мы вычислим сколько денег Таня потратила, что сможем узнать далее? Верно, мы сможем ответить на вопрос задачи. (Показываю обведенный знак вопроса в краткой записи). • Какое действие для этого нужно выполнить? (По ходу ответа показываю главные слова *Было* и *Потратила* в краткой записи.)	• Далее мы сможем узнать, какая сдача ей полагается. • Нужно вычесть из того, что было, то, что Таня потратила.
Теперь составим устный план решения задачи. • В первом действии узнаем… (После ответа ученика, пишу *1)* над необведенным вопросом в краткой записи.) … для этого… (После ответа ученика, пишу рядом знак умножения и обвожу его.) • Во втором действии узнаем… (После ответа ученика, пишу *2)* над обведенным вопросом в краткой записи.) … для этого… (После ответа ученика, пишу рядом знак умножения и обвожу его.)	• … сколько леев Таня потратила … умножим 5 на 4 • … какая сдача полагается Тане … из того, что было, вычтем то, что потратила

3. Разбор по аналитическому способу

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Вызов. • Построим план решения задачи – так, как строят домик. Сначала мы домик спроектируем – сверху вниз, а затем построим его по проекту – снизу вверх. Я буду рисовать на доске, а вы будете отвечать на вопросы и помогать мне.	
Шаг 1. • Рисую крышу домика и задаю вопрос: Что спрашивается в задаче? Пишу на крыше: *Сдача?* • Рисую вилку под крышей и задаю вопрос: Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? Дайте мне два ответа – по одному в каждую руку (расставляю руки, подобно нарисованной вилке; по ходу ответа «забираю к себе» каждое из названных учениками главных слов задачи). • Рисую под вилкой два кирпичика и пишу в них соответствующие главные слова: *Было Потратила.* Задаю вопрос: оба ли эти значения дам в задаче даны? Пишу рядом или под словом «Было» *50 леев,* а к слову «Потратила» - вопросительный знак.	• В задаче спрашивается, какая сдача полагается Тане. • Сколько леев <u>было</u> и сколько <u>потратила</u>. • Нет, дано только, сколько было, а сколько потратила не дано.
Шаг 2. • Рисую вилку под кирпичиком со словом «Потратила» и задаю вопрос: Что нужно знать, чтобы найти, сколько леев Таня потратила? Дайте мне два ответа – по одному в каждую руку (расставляю руки, подобно	• Количество купленных тетрадей и их цену.

нарисованной вилке; по ходу ответа «забираю к себе» каждое из названных учениками слов). • Рисую под вилкой еще два кирпичика и пишу в них соответствующие слова: *Кол-во Цена.* Задаю вопрос: оба ли эти значения дам в задаче даны? Пишу рядом или под словом «Кол-во» *5 т.,* а к слову «Цена» - *4 лея.*	• Да, 5 тетрадей по цене 4 лея.
Вывод. Вот мы с вами и спроектировали домик – от крыши, где вопрос задачи, до земли, где на мягкой травке - нужные данные. (Показываю направление в граф-схеме, сверху вниз, и рисую внизу травку.) Теперь мы с вами построим домик по проекту – снизу вверх.	
Теперь составим устный план решения задачи. • Посмотрите на первый этаж (показываю) и скажите, какое действие выполним первым. (После ответа произвожу соответствующие записи в граф-схеме.) • Посмотрите на второй этаж (показываю) и скажите, какое действие выполним вторым. (После ответа произвожу соответствующие записи в граф-схеме.) На доске получилась граф-схема:  	• В первом действии умножим 5 на 4 и узнаем, сколько леев Таня потратила. • Во втором действии, из того, что было вычтем то, что потратила, и узнаем сдачу.

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ СОСТАВНЫХ ЗАДАЧ С ДРОБЯМИ

1. В классе 30 учеников. 4/6 из них – девочки. Сколько девочек в классе?

Решение:

$\frac{4}{6}$ от $30 = 30 : 6 \times 4 = 20$ (д.)

Ответ: 20 девочек.

2. У Ани было 100 леев. Она потратила 2/5 этой суммы на покупку книги. Сколько денег осталось у Ани?

КРАТКАЯ ЗАПИСЬ

I способ

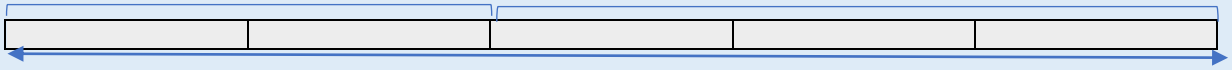
Было … 100 леев

Потратила … ? леев, $\frac{2}{5}$ от

Осталось … ? леев

II способ (графическая схема / чертеж / рисунок)

Потратила … ? леев *Осталось … ? леев*



Было … 100 леев

РЕШЕНИЕ

I способ

1) *2/5 от 100 = 100 : 5 × 2 = 40 (леев) – потратила;*
2) *100 – 40 = 60 (леев) – осталось.*

II способ

1) *1 - 2/5 = 3/5 – оставшаяся часть;*
2) *3/5 от 100 = 100 : 5 × 3 = 60 (леев) – оставшиеся деньги.*



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 5

ФОРМИРОВАНИЕ СПЕЦИФИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ИЗЫСКАНИЯ/ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ/ ФОРМУЛИРОВАНИЯ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ/ ЗАДАЧ, ПРОЯВЛЯЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНОСТЬ И ТВОРЧЕСТВО ПРИ ИНТЕГРАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ДРУГИХ НАВЫКОВ

➲ **Распределение часов**

Всего часов	**Прямое общение**			**Индивидуальная работа**
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
60	4	6	4	46

➲ **Распределение заданий для индивидуальной работы студентов**

Содержание обучения		**Задания для индиви-дуальной работы**
Лекции	1. Теоретико-методические основы формирования компетенции составлять математические задачи в начальных классах.	Работа с информационными ресурсами
	2. Теоретико-методические основы формирования компетенции решать проблемные ситуации в математических контекстах в начальных классах.	
Семинарские занятия	1. Типичные трудности при составлении задач. Стратегии предупреждения и преодоления.	Выполнение практических заданий
	2. Типичные трудности при изучении периметра многоугольника. Стратегии предупреждения и преодоления.	
	3. Типичные трудности при изучении величин и единиц измерения. Стратегии предупреждения и преодоления.	
Лабораторные занятия	1. Работа по преобразованию и составлению задач на уроках математики в 1-4 классах.	5.1. Групповой проект
	2. Трансдисциплинарный подход к изучению интуитивных элементов геометрии и измерений.	5.2. Групповой проект

5.1. ГРУППОВОЙ ПРОЕКТ

Тема проекта: преобразование и составление задач на уроках математики в 1-4 классах.

Проектная деятельность:

- группа студентов разбивается на команды, по классам 1-4;
- при подготовке к лабораторному занятию студенты подбирают/разрабатывают индивидуальные варианты развития темы, дополняя следующие таблицы:

Типы заданий по преобразованию задач	Дидактические стратегии		
	Формы	Методы	Средства

Типы заданий по составлению задач	Дидактические стратегии		
	Формы	Методы	Средства

- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в командах;
- результаты работы в командах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя.

Критерии оценивания конечного продукта:

- полнота списка типов заданий;
- целесообразность предложенных дидактических стратегий;
- аргументированность предлагаемых идей;
- оригинальность.

5.2. ГРУППОВОЙ ПРОЕКТ

Тема проекта: долгосрочное проектирование трансдисциплинарных дней, с точки зрения использования элементов геометрии и измерений.

Проектная деятельность:

- группа студентов разбивается на команды, по классам 1-4;
- при подготовке к лабораторному занятию студенты подбирают/разрабатывают индивидуальные варианты развития темы, дополняя таблицу:

Ед. комп. (числ.)	Тематическое содержание	Кол-во часов	Дата	Ресурсы	Оценивание	Примечания
	Трансдисциплинарный день • Общее содержание: • Тема:					• Использованный тип обучения: • Продукт деятельности:

- на занятии, индивидуальные варианты обсуждаются в командах;
- результаты работы в командах выносятся на фронтальное обсуждение и обобщаются под руководством преподавателя.

Критерии оценивания конечного продукта:

Целесообразность:

- определения даты;
- выбора общего содержания;
- формулировки темы;
- отбора единиц компетенций;
- выбора типа обучения;
- определения продукта деятельности;
- подбора ресурсов;
- установления типа КОД.

ИНФО БАНК

ТИПИЧНЫЕ ТРУДНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЕЛИЧИН И ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ. СТРАТЕГИИ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ И ПРЕОДОЛЕНИЯ.

Понятие о величине является основным понятием математики (наравне с понятием множества) поэтому оно не подлежит строгому определению, его можно лишь описать.

- **Под величиной понимаем общее свойство предметов или явлений, которое можно численно описать посредством измерения.**

✓ *Длина как величина* выражает общее свойство тел иметь протяжённость в пространстве. Многообразие пространственных направлений обуславливает многообразие терминов для словесного описания понятия длины как величины: длина, ширина, высота (рост), глубина, толщина (книги), охват (талии, запястья, головы).

✓ *Масса как величина* выражает общее свойство земных тел (количества материи, из которой они состоят) быть притянутыми к Земле (отношение силы притяжения к акселерации падения) и словесно описывается антонимами *легкий – тяжелый.*

✓ *Емкость сосуда* - это величина внутреннего пространства (полезного объема) сосуда, заполненного (реально или мнимо) жидкостью. Ёмкость сосуда словесно описывается с помощью антонимов *плоский – глубокий, менее – более вместительный.*

✓ *Время* – это одна из основных форм существования материи в движении, которая выражает последовательность и одновременность реальных процессов. Время как величину можно описать словами: *раньше, до – одновременно - позже, после; в прошлом – в настоящем – в будущем, позавчера - вчера – сегодня - завтра - послезавтра и т. д.*

✓ *Денежная ценность* – это денежный эквивалент рыночного товара или услуги. Денежную ценность как величину можно описать словами: *дешево – приемлемо – дорого.*

- **Измерить величину значит вычислить численное отношение величины к другой однородной величине, взятой за единицу измерения.** Измерение является более сложным процессом, чем счет, так как счет (единиц измерения) является одной из составных компонентов процесса измерения.

Измерение величин обладает свойством сохранения значения: *Численное значение какой-либо величины в заданных единицах измерения не зависит от природы материи, описываемой этой величиной* (например, килограмм пуха весит столько же, сколько килограмм железа).

- **В древние времена, для измерения величин использовали нестандартные единицы измерения.**

➢ Для измерения длины использовали части тела:

- *древнеегипетские единицы измерения длины*: ладонь, палец, локоть.
- *древнеримские единицы измерения длины*: унция (ширина ногтя на большом пальце ноги), стопа, шаг (два последовательных шага – с левой, затем с правой ноги), миля (1000 шагов).
- *староанглийские единицы измерения длины*: ярд (длина отреза ткани, растянутой от подбородка до кончиков пальцев), фут (шаг с одной ноги), миля (1000 футов).

➢ Для оценивания товара использовали золото, меха, зерно и т. д. – то, что в представлении людей было особо ценным.

- Для измерения дневного времени, в Древнем Египте использовали солнечные часы. Время на этих часах указывала тень от вертикальной балки, лежащая на прямоугольной доске (рис. 1). На утренней заре отмечали край тени и обозначали 6 часов утра. Длину утренней тени разделяли на 6 равных частей. Время, за которое тень передвигалась от одного деления до следующего, считалось равным одному часу. В полдень часы поворачивали в противоположном направлении, и тень передвигалась по тем же делениям. Итого, получалось всего 12 часов: 6 утренних и 6 вечерних.

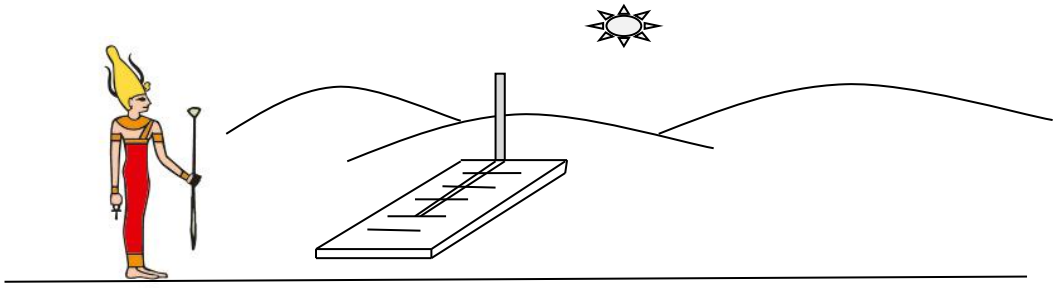


Рис. 1. Древнеегипетские солнечные часы. 10 часов утра.

- В Древнем Египте появились первые календари, связанные с движением звезды Сириус по небу. Год длился 365 дней и составлял 12 месяцев по 30 дней каждый. В конце года были дополнительные 5 дней - праздники в честь богов. Месяцы были сгруппированы по четыре, образуя сезоны, привязанные к земледелии в нижнем течении Нила: сезон наводнения, сезон русла (посева) и сезон обмеления (сбора урожая).

  Египтяне не использовали високосных дней, поэтому за период в 1460 лет новый год проходил все сезоны. Для египтян это выглядело, как если бы восход Сириуса смещался каждые 4 года на день по календарю. Чтобы устранить сдвиг дат, фараон Птолемей III (3ий век. до н.э.) впервые ввел понятие високосного года, в котором добавлялся ещё один день. В високосный день повелевалось праздновать богов – покровителей семейства Птолемеев.

- **Использование нестандартных единиц измерения вызывало неудобства, так как результаты разнились в зависимости от ситуации. Поэтому, постепенно, человечество пришло к осознанию необходимости единых единиц измерения.**

Век тому назад, король Англии Генрих I выпустил закон, по которому все ярды должны равняться расстоянию от его подбородка до кончиков пальцев его вытянутой руки. Позже, была узаконена унификация и других единиц измерения. Новые единые единицы измерения были названы имперскими единицами. Они и сегодня используются в некоторых странах:

- имперские единицы измерения массы: ливры, унции;
- имперские единицы измерения длины: мили, ярды, футы, инки.
- имперские единицы измерения ёмкости: галлоны, пинты, унции.

В начале XIX века, во Франции была впервые предложена единица измерения, не связанная с частями тела – метр. Метр был вычислен делением расстояния от Северного Полюса до экватора (через Париж) на десять миллионов. Был изготовлен эталон - платиновая балка длиной 1 м, а по ней сделаны копии, которые были приняты за стандарт в большинстве развитых стран мира. В наши дни численное значение метра считается равным расстоянию, на которое распространяется луч света в заданную единицу времени.

Принятие метра послужило основанием создания ***Международной метрической системы***, которая используется сегодня в большинстве стран мира и состоит из семи физических величин и их основных единиц измерения:

- длина (метр), масса (килограмм), время (секунда) – в механике;
- температура (кельвин) – в термодинамике;
- сила электрического тока (ампер) – в электричестве;
- интенсивность света (кандела) – в оптике;
- количество вещества (мол).

Для этих единиц измерения выполнены *эталоны – прототипы*, хранящиеся в Международной метрологической палате в Париже. По эталонам – прототипам созданы *копии первого, второго и третьего порядка*, которые хранятся в национальных метрологических и научно-исследовательских учреждениях стран. ***Мера*** *– это копия по эталону третьего порядка.* Меры используют в быту (в торговле, производстве и.т.д.)

Названия производных единиц измерения длины, массы и ёмкости образуются при помощи приставок к названию соответствующей основной единицы измерения: *милли* – в 1000 раз меньше; *санти* – в 100 раз меньше; *деци* – в 10 раз меньше; *дека* – в 10 раз больше; *гекто* – в 100 раз больше; *кило* – в 1000 раз больше.

- **Главные цели** изучения основных величин в начальных классах определены школьным куррикулумом и могут быть сведены к следующим:

✓ формирование общих представлений о величинах, основанных на понимании:

- смысла измерения величин;
- необходимости введения стандартных единиц измерения;
- идеи о сохранения мер;

✓ формирование навыков измерения величин, с использованием измерительных инструментов и стандартных единиц измерения;

✓ формирование умений выполнять арифметические действия с величинами:

- складывать и вычитать однородные величины, выраженные в единицах одного или нескольких наименований;
- умножать и делить величины на натуральное число;
- переводить однородные величины, выраженные в единицах одних наименований, в другие.

- **Содержания обучения** включают:

Основные величины	Измерительные инструменты	Главные единицы измерения	Производные единицы измерения
длина	линейка; сантиметр (лента); метр (деревянный, портняжный); рулетка; складной метр.	метр (м)	миллиметр (мм) сантиметр (см) дециметр (дм) километр (км)
масса	весы: механические, электронные, пружинные.	килограмм (кг)	грамм (г) тонна (т)
емкость	градуированные сосуды	литр (л)	-
время	часы: механические, электронные; календарь.	секунда (с)	минута (мин) час (ч) сутки неделя месяц год (г.)

			десятилетие век тысячелетие
денежная ценность	*Формы хождения:* монеты, купюры.	*В Республике Молдова:* баны, леи.	*Производные понятия:* цена, стоимость.

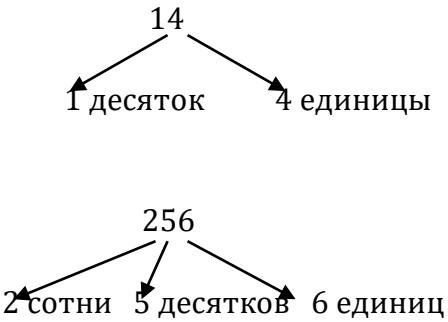
- **Основные трудности в изучении величин в начальных классах связаны с переводом однородных величин, выраженных в единицах одних наименований, в другие.**

Для преодоления этих трудностей рекомендуется ассоциировать производные единицы измерений с разрядами десятичной системы счисления:

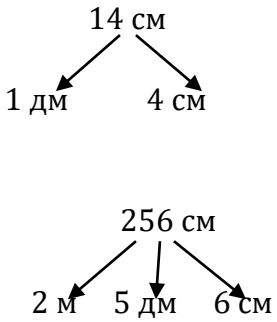
- дециметр ассоциируют с десятком сантиметров, метр – с сотней сантиметров, километр – с тысячей метров;
- килограмм ассоциируют с тысячей граммов, тонну – с тысячей килограммов.

В этом ключе, перевод единиц измерения выполняется по аналогии с десятичным составом чисел.

<u>Десятичный состав числа:</u>



<u>Перевод единиц:</u>



Рекомендуется выполнять перевод единиц не по простому тройному правилу, а с опорой на математический смысл выражений «в … раз больше/ меньше» в связи с соотношениями единиц. Образцы рассуждения:

1) 3 км = ? м

1 км в 1000 раз больше, чем 1 м. Выражение «в 1000 раз больше» указывает на то, что нужно выполнить умножение на 1000.

× 1000

3 км = 3000 м

2) 3000см =? м

1 см в 100 раз меньше, чем 1 м. Выражение «в 100 раз меньше» указывает на то, что нужно выполнить деление на 100.

: 100

3000 см = 30 м

Преобразование единиц измерения можно выполнить с опорой на деление по содержанию. Например, чтобы перевести 5000 см в метры, составляем и решаем простую задачу: 1 м … 100 см

? м … 5000 см

- **Другие трудности связаные с измерением времени.**

✓ Для обучения пользованию часами рекомендуется использовать модели механических часов с мобильными стрелками, на которых, в игровой форме, учащиеся смогут показать нужное время.

✓ Для определения количества дней в месяцах года, рекомендуется использовать памятку по косточкам и впадинам на левом, затем на правом кулаке. Если при пересчете месяцев выпадает косточка, то в месяце 31 день. Если же выпадает впадина и это не февраль, то в месяце 30 дней.

✓ Для определения високосных лет, рекомендуется вводить правило деления на 4. *Если число года делится без остатка на 4, то год високосный и в феврале будет 29 дней. Если же число года делится на 4 с остатком, то год не високосный и феврале будет 28 дней.*

БАНК ИДЕЙ

ОБРАЗЕЦ РАССУЖДЕНИЯ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

4 000 см = ? м

➲ **Сравниваем единицы измерения.** 1 см меньше, чем 1 м, а именно в 100 раз меньше.

➲ **Выбираем действие.** В 100 раз меньше – значит, делим на 100.

: 100

4 000 см = ? м

➲ **Вычисляем в уме.** 4 000 : 100 = 40. **Записываем ответ.** 4 000 см = 40 м

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ, ТРЕБУЮЩИХ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЕРИМЕТРА ПРЯМОУГОЛЬНИКА / КВАДРАТА

1. Периметр прямоугольника – 1 км. Какие у него могут быть длина и ширина? Найдите два возможных варианта ответа.

Вспоминаем:
Длина + Ширина = Полупериметр

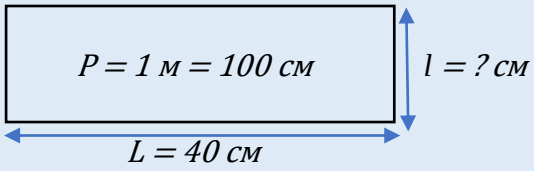
РЕШЕНИЕ по плану

1) Найдём полупериметр прямоугольника.
   1 км : 2 = 500 м
2) Подберем два возможных варианта для длины и ширины прямоугольника.
   300 м + 200 м = 500 м
   400 м + 100 м = 500 м

Ответ: 1) $L = 300$ м; $l = 200$ м; 2) $L = 400$ м; $l = 100$ м.

2. Длина прямоугольника – 40 см. Найти ширину прямоугольника, если известно, что его периметр равен 1 м.

СХЕМА-РИСУНОК / ЧЕРТЕЖ

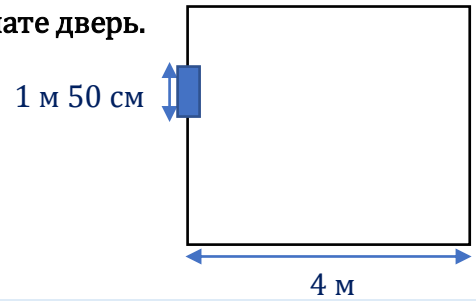


РЕШЕНИЕ с пояснением

I способ	*II способ*
1) 100 : 2 = 50 (см) – полупериметр; 2) 50 – 40 = 10 (см) – ширина.	1) 100 – 2 × 40 = 20 (см) – две ширины; 2) 20 : 2 = 10 (см) – ширина.

ОБРАЗЕЦ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМНОЙ СИТУАЦИИ, ТРЕБУЮЩЕЙ ВЫПОЛНЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

На рисунке изображен пол в комнате. Заметьте, где в комнате дверь.
В комнате нужно уложить плинтус.
Какой длины плинтус нужно приобрести?



Посмотрите, как уложен плинтус а классе.
Что вы замечаете? (Плинтус не уложен в проеме двери)

- Замечаем, что пол имеет форму квадрата со стороной 4 м.
- Периметр квадрата – 16 м, и это длина всего контура пола.
- Но плинтус не нужен в проеме двери. Значит, из 16 м нужно вычесть 1 м 50 см. Получим 14 м 50 см.

Решение:

1) 4 × 4 = 16 (м) – контур пола;
2) 16 м – 1 м 50 см = 14 м 50 см – длина плинтуса.



УЧЕБНАЯ ЕДИНИЦА 6

ОСОБЫЕ ВОПРОСЫ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ДИЗАЙНА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ *МАТЕМАТИКА* В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

➲ Распределение часов

Всего часов	Прямое общение			Индивидуальная работа
	Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	
30	2	-	4	24

➲ Распределение заданий для индивидуальной работы студентов

Содержание обучения		Задания для индивидуальной работы
Лекции	1. Индивидуальные учебные планы по математике в контексте инклюзивного образования в начальных классах	Работа с информационными ресурсами Выполнение практических заданий
Лабораторные занятия	1. Дидактические технологии педагогического сопровождения учащихся по математике в контексте КОД	
	2. Использование цифровых приложений по математике в контексте КОД	

ФИНАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ[17]

Форма: экзамен **Метод оценивания:** исследование

Время подготовки: 2 месяца

Время для презентации: 15-20 мин.

Проблема исследования: как эффективно помочь учащимся с низкими учебными результатами по математике повысить свои достижения?

Цели исследования	Планирование деятельности
1. **Определение нормативной базы**	1) Выявление и изучение списка нормативных актов, определяющих рамки проведения исследования.
2. **Определение ключевых понятий**	2) Выявление 5-7 ключевых понятий. 3) Выбор определений из научной и учебной литературы 4) Создание концептуальной карты.
3. **Определение субъектов и объектов исследования**	5) Подбор одного учащегося с низкими учебными результатами по математике. 6) Выбор одного продукта, по которому будет проводиться педагогическое сопровождение учащегося.
4. **Накопление, сортировка, текущий анализ информации**	7) Разработка и применение стратегии педагогического сопровождения: разработка инструментов оценивания, их применение и архивация; текущая коррекция разработанной стратегии; систематическое заполнение заданных форм для исследования. 8) Ежемесячное отслеживание результатов субъекта исследования по выбранному продукту: внесение результатов в классный журнал.
5. **Формулировка выводов**	9) Формулировка выводов о результатах педагогического сопровождения учащегося. 10) Анализ SWOT.

Критерии и схема оценивания:

- **Процесс исследования:**
  - соблюдение нормативных основ КОД: 0 – 10 баллов
  - соблюдение методико-математических основ при разработке оценочных работ: 0 – 10 баллов
  - соблюдение методико-математических основ в дидактической технологии поддержки: 0 – 10 баллов
  - полнота исследования: 0 – 10 баллов
- **Защита результатов исследования:**
  - существенность презентации хода и результатов исследования: 0 – 10 баллов
  - релевантность анализа SWOT: 0 – 5 баллов
  - релевантность рефлексии: 0 – 5 баллов
  - убедительность ответов на вопросы: 0 – 10 баллов
  - владение цифровыми компетенциями: 0 – 5 баллов
  - владение специфической терминологией в контексте коммуникативной компетенции: 0 – 5 баллов

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов : Максимальное кол-во баллов) × 8 + 2

[17] См. приложение 6.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Кафедра: ПЕДАГОГИКИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Магистерская программа: МЕНЕДЖМЕНТ И КОНСУЛЬТИРОВАНИЕ В НАЧАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Учебная дисциплина: СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ (математика)

Магистрант:

Преподаватель:

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, ПРОВЕДЕНИЕ, САМООЦЕНИВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ДИКТАНТА В КОНТЕКСТЕ КОД

I текущее оценивание

Критерии и схема оценивания:

- *методическая верность проектирования 0 – 10 баллов*
- *эффективность проведения 0 – 10 баллов*
- *существенность анализа SWOT 0 – 5 баллов*
- *релевантность рефлексии 0 – 5 баллов*
- *технoредактирование 0 – 5 баллов*

Максимальное количество баллов = 30

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов : 30) × 8 + 2

учебный год

1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ДИКТАНТА

- **Учебное заведение:**
- **Класс**:
- **Дата**:
- **Тема урока**:
- **Тип математического диктанта:**
- **Стратегия оценивания:**
  - ✓ ***Оцениваемая(ые) единица(цы) компетенций:***
  - ✓ ***Продукт(ы):***
- **Ресурсы:**
  - ✓ ***Кол-во учащихся:***
  - ✓ ***Время:***
  - ✓ ***Средства:***

1.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

а) Инструктаж

……

б) Формулировки заданий

……

1.2. САМООЦЕНИВАНИЕ (краткое описание)

а) Проектирование самопроверки

……

б) Проектирование самокоррекции (задания, которые предположительно вызовут затруднения, и проектируемая деятельность по руководству и поддержке)

……

в) Проектирование самооценки

……

1.3. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ(ые) ЗАДАНИЕ(я)

……

2. ПРОВЕДЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ДИКТАНТА

2.1.ФОТО/ВИДЕО МАТЕРИАЛЫ *(кол-во - на усмотрение магистранта):*

- *Несколько работ учащихся с различными результатами*
- *Деятельность класса и магистранта во время проведения диктанта*
- *Ряд/столбик ответов на доске/экране, предоставленный классу во время самопроверки*
- *Деятельность класса и магистранта во время проведения самокоррекции*
- *Деятельность класса и магистранта во время проведения дополнительных заданий*

2.2.ОПИСАНИЕ ПРОВЕДЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО РУКОВОДСТВУ И ПОДДЕРЖКЕ УЧАЩИМСЯ, ПОКАЗАВШИМ ЗАТРУДНЕНИЯ (конкретно по соответствующим заданиям и учащимся)

3. САМООЦЕНИВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

3.1.РЕЗУЛЬТАТЫ УЧАЩИХСЯ (*с, р, п*)

……

3.2.АНАЛИЗ *SWOT*

- *Strengths* (сильные стороны: что удалось? почему)

  ……

- *Weaknesses* (слабые стороны: что удалось не в полной мере? почему?)

……

- *Opportunities* (дополнительные возможности: как можно усилить эффективность подобного диктанта?)

  ……

- *Threats* (возможные угрозы: что может осложнить достижение целей деятельности? как этого избежать?)

  ……

3.3.РЕФЛЕКСИЯ (краткие выводы о результатах лабораторной работы с точки зрения моего профессионального становления)

……

Приложение 2

ТЕСТ № 1. ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ

Образец

I. **Выполните краткую запись и определите тип каждой задачи.**
   1) 20 кг муки расфасовали в пакеты по 2 кг. Сколько получилось пакетов?
   2) Какой купюрой Витя оплатил ручку ценой в 4 лея, если ему выдали 6 леев сдачи?
   3) В автобусе 8 пассажиров. Сколько человек было в автобусе вначале, если на остановке вошли 3 пассажира?
   4) Сколько всего примеров решила Аня, если было 4 столбца, в каждом – по 5 примеров?
   5) У клоуна Бима 12 шариков и 3 флажка. Во сколько раз меньше флажков, чем шариков?

II. 1) Составьте простую задачу на уменьшение числа в несколько раз и выполните краткую запись.
   2) Переформулируйте задачу так, чтобы отношение сравнения было в косвенной формулировке.
   3) Преобразуйте задачу так, чтобы получить простую задачу на увеличение числа на несколько единиц.

III. Составьте задачу по примеру 24 лея : 8 = 3 лея.
Выполните краткую запись и определите тип задачи.

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

0-1 балл:

I. за каждый верно определённый тип задачи; за каждую верно составленную краткую запись;

II. за соответствие составленной задачи требуемому типу; за верно составленную краткую запись; за верное переформулирование составленной задачи; за верное преобразование задачи; за связность формулировок составленных задач;

III. за соответствие составленной задачи заданному примеру; за связность формулировки; за верно составленную краткую запись; за верно определённый тип задачи;

0-2 балла:

за соблюдение требований к оформлению письменных работ в тетрадях по математике в начальной школе.

$$\text{Оценка} \approx (\text{Набранное кол-во баллов} : \text{Общее кол-во баллов}) \times 8 + 2$$

Приложение 3

ТЕСТ № 2. СОСТАВНЫЕ ЗАДАЧИ С ОТНОСИТЕЛЬНО ЯВНЫМИ ДЕЙСТВИЯМИ

Образец

- **Выполните краткую запись задачи.**
- **Решите задачу с пояснением и примером. Если задача допускает другие способы решения, то запишите их примером.**
- **Определите категорию задачи. Если задача не принадлежит ни одной из основных категорий составных задач с относительно явными действиями, то определите её тип.**

1) Какую сдачу со 100 леев получил Саша при покупке книги за 64 лея и блокнота за 12 леев?
2) Мама сварила 6 л яблочного компота, а персикового – вдвое больше. Сколько всего литров компота сварила мама?
3) Белочка запасла 20 опят и 14 маслят. Сколько грибов она съела, если осталось 8 грибов?
4) Для праздника приобрели 10 упаковок яблочного сока по цене 21 лей и 10 упаковок апельсинового сока по цене 25 леев. Найдите стоимость покупки.
5) 28 мальчиков и 24 девочки поехали на экскурсию. Они расселись поровну в 4 микроавтобуса. Сколько ребят в каждом микроавтобусе?
6) Господин Чобану купил рубашку за 250 леев и 2 пары носков за 20 леев. Найди общую стоимость покупки.

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

0-1 балл

№ 1-6: за верное составление краткой записи; за верную запись решения с пояснением; за верную запись решения примером, по каждому возможному способу; за верное определение категории/типа задачи;

0-2 балла

за соблюдение требований к оформлению письменных работ в тетрадях по математике в начальной школе.

$$\text{Оценка} \approx (\text{Набранное кол-во баллов} : \text{Максимальное кол-во баллов}) \times 8 + 2$$

Приложение 4

ТЕСТ № 3. СОСТАВНЫЕ ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Образец

Для каждой задачи:

- **Выполните краткую запись. Если возможны различные способы краткой записи, выберите наиболее рациональный.**
- **Определите категорию задачи. Обоснуйте.**
- **Решите всеми возможными способами, записывая для каждого способа решение по плану или с пояснением (по выбору), затем примером.**

1) В 5 пакетах на 9 кг больше сахара, чем в 2 таких же пакетах. Сколько кг сахара в каждом пакете?
2) В 10 бидонах поровну разлито 250 л молока. Сколько литров молока в 5 бидонах?
3) Хозяин гостиницы приобрел одинаковые мебельные гарнитуры по цене 3 000 леев. Каждый гарнитур состоял из кресла и столика. Общая стоимость кресел – 10 000 леев, а общая стоимость столиков – 5 000 леев. Сколько гарнитуров было приобретено?

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

0-1 балл

№ 1-3: за верное составление краткой записи самым рациональным способом; за верное определение категории задачи; за верное обоснование категории задачи; за связность обоснования; за верную запись решения по плану/с пояснением по каждому возможному способу; за верную запись решения примером, по каждому возможному способу;

0-2 балла

за соблюдение требований к оформлению письменных работ в тетрадях по математике в начальной школе.

$$\text{Оценка} \approx (\text{Набранное кол-во баллов} : \text{Максимальное кол-во баллов}) \times 8 + 2$$

Приложение 5

Кафедра: ПЕДАГОГИКИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Магистерская программа: МЕНЕДЖМЕНТ И КОНСУЛЬТИРОВАНИЕ В НАЧАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Учебная дисциплина: СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ В НАЧАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ (математика)

Магистрант:

Преподаватель:

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ НАД ЗАДАЧЕЙ.

МЕТОДИЧЕСКОЕ КОНСУЛЬТИРОВАНИЕ

Текущее оценивание 2

Схема оценивания

Задания 1-2: 0 – 3 балла за эффективность проектирования деятельности на каждом этапе работы над задачей.
Задание 3: 0-3 балла за эффективность проведения деятельности на каждом этапе работы над задачей.
Задание 4: 0-2 балла за аргументированность каждого шага анализа SWOT; 0-5 баллов за целесообразность рекомендаций.

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов: Максимальное кол-во баллов) : 8 + 2

учебный год

1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАБОТЫ НАД ПРОСТОЙ ЗАДАЧЕЙ

Задача:

Тип задачи:

1. Чтение и понимание задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

2. Краткая запись задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3. Решение задачи.

3.1. Этап формирования умений по решению задач

3.1.1. Решение с опорой на предметные/ графические действия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3.1.2. Решение примером

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3.2. Этап формирования навыков по решению задач

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

4. Запись ответа задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

5. Дополнительные задания после решения задачи

5.1. Этап формирования умений по решению задач

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

5.2. Этап формирования навыков по решению задач

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАБОТЫ НАД СОСТАВНОЙ ЗАДАЧЕЙ

Задача:

Категория/Тип задачи:

1. Чтение и понимание задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

2. Краткая запись задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3. Разбор задачи.

3.1. Аналитико-синтетический способ

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3.2. Синтетический способ

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3.3. Аналитический способ

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

4. Запись ответа задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

5. Дополнительные задания после решения задачи

Деятельность учителя	Деятельность учащихся

3. ПРОВЕДЕНИЕ РАБОТЫ НАД ЗАДАЧЕЙ

Прилагается видео проведенной работы над задачей в классе.

4. МЕТОДИЧЕСКОЕ КОНСУЛЬТИРОВАНИЕ

Анализ SWOT видеоматериала одной из коллег.

Рекомендации.

Приложение 6

Кафедра: ПЕДАГОГИКИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Магистерская программа: МЕНЕДЖМЕНТ И КОНСИЛЬЕРСТВО В НАЧАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Учебная дисциплина: СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ НАЧАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ (математика)

Магистрант:

Преподаватель: Л.Н. УРСУ, д-р наук, профессор.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

ИССЛЕДОВАНИЕ: ДИДАКТИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ

Критерии и схема оценивания:

- ***Процесс исследования:***
  - ✓ *соблюдение нормативных основ КОД 0 – 10 баллов*
  - ✓ *соблюдение методико-математических основ при разработке оценочных работ 0 – 10 баллов*
  - ✓ *соблюдение методико-математических основ в дидактической технологии поддержки 0 – 10 баллов*
  - ✓ *полнота исследования 0 – 10 баллов*
- ***Защита результатов исследования:***
  - *существенность презентации хода и результатов исследования 0 – 10 баллов*
  - *релевантность анализа SWOT 0 – 5 баллов*
  - *релевантность рефлексии 0 – 5 баллов*
  - *убедительность ответов на вопросы 0 – 10 баллов*
  - *владение цифровыми компетенциями 0 – 5 баллов*
  - *владение специфической терминологией в контексте коммуникативной компетенции 0 – 5 баллов*

Максимальное количество баллов = 80

Оценка ≈ (Набранное кол-во баллов : 80) × 10

1. ВВОДНЫЕ ДАННЫЕ

- **Учебное заведение:**
- **Класс**:
- **Учащийся**:
- **Продукт:**
  Критерии оценивания:
- **Период отслеживания:**

2. ФОТО-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА:

- Разворот классного журнала с поурочными записями
- Оценочные работы ТФО по отслеженному продукту, выполненные учащимся в период исследования (помесячно, с указанием даты)

3. ДИДАКТИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ

- **Первый месяц**

Дата	Урок	Краткое описание педагогического сопровождения, оказанного учащемуся, включительно проведение оценочных работ	Краткое описание достиженческого поведения учащегося
	• Тема урока: • Тип урока: • Этап урока:		

- **ДЕКАБРЬ**

Дата	Урок	Краткое описание педагогического сопровождения, оказанного учащемуся, включительно проведение оценочных работ	Краткое описание достиженческого поведения учащегося
	• Тема урока: • Тип урока: • Этап урока:		

- **ВТОРОЙ МЕСЯЦ**

Дата	Урок	Краткое описание педагогического сопровождения, оказанного учащемуся, включительно проведение оценочных работ	Краткое описание достиженческого поведения учащегося
	• Тема урока: • Тип урока: • Этап урока:		