UNIVERSITATEA
PEDAGOGICĂ DE STAT
ION CREANGĂ
DIN CHIȘINĂU

Педагогика
начального
образования

Людмила УРСУ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ

учебное пособие для
студентов

часть 1

Chișinău, 2022

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA
UNIVERSITATEA PEDAGOGICĂ DE STAT „ION CREANGĂ” DIN CHIȘINĂU

Людмила УРСУ

Педагогика начального образования
ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ

Учебное пособие для студентов

Часть 1

Chișinău, 2022

Aprobat pentru editare
prin decizia Senatului UPS „Ion Creangă” din Chișinău
din 26.05.2022 (proces-verbal nr. 12).

AUTOR:

- Ludmila URSU, dr., conf. univ.

RECENZENȚI:

- Tatiana DUBINEANSCHI, dr., conf. univ., UPS „Ion Creangă” din Chișinău
- Andrei BRAICOV, dr., conf. univ., UST

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN REPUBLICA MOLDOVA

Урсу, Людмила.

Дидактика математики : Педагогика начального образования : Учебное пособие для студентов / Людмила Урсу ; Ministerul Educaţiei şi Cercetării al Republicii Moldova, Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chişinău. – Chişinău : S. n., 2022 (CEP UPS) – . – ISBN 978-9975-46-646-2.

Ч. 1. – 2022. – 72, [1] p. : fig., tab. – Bibliogr.: p. 73 (7 tit.). – 100 ex. – ISBN 978-9975-46-647-9.

37.016:51(075.8)

У 727

Урсу, Людмила.

Дидактика математики : Педагогика начального образования : Учебное пособие для студентов / Людмила Урсу ; Ministerul Educaţiei şi Cercetării al Republicii Moldova, Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă" din Chişinău. – Chişinău : S. n., 2022 (CEP UPS) – . – ISBN 978-9975-46-648-6.

Cerințe de sistem: PDF Reader.

Ч. 1. – 2022. – 72, [1] p. : fig., tab. – Bibliogr.: p. 73 (7 tit.). –ISBN 978-9975-46-649-3 (PDF).

37.016:51(075.8)

У 727

Centrul Editorial-Poligrafic al Universității Pedagogice de Stat „Ion Creangă”din Chișinău, str. Ion Creangă, nr. 1, MD-2069

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие		5
1	**Концептуальные основы начального курса математики**	6
1.1	Куррикулумная концепция начального курса математики	6
1.2	Принципы структурирования систем учебных заданий по математике	10
1.3	Стратегии обучения математике в младшем школьном возрасте	12
2	**Методика изучения нумерации чисел первого десятка**	19
2.1	Краткие теоретические основы	19
2.1	Дочисловой период	20
2.2	Числа первого десятка	23
3	**Методика изучения действий сложения и вычитания в пределах первого десятка**	32
3.1	Краткие теоретические основы	32
3.2	Введение действия сложения	33
3.3	Введение действия вычитания	37
3.4	Табличные случаи сложения и вычитания в пределах первого десятка	41
4	**Методика изучения нумерации натуральных чисел второго десятка и действий сложения и вычитания в концентре 0-20**	46
4.1	Числа второго десятка	46
4.2	Сложение и вычитание в концентре 0-20	48
5	**Методика изучения нумерации натуральных чисел первой сотни и действий сложения и вычитания в концентре 0-100**	54
5.1	Числа первой сотни	54
5.2	Сложение и вычитание без перехода через разряд в концентре 0-100	56
5.3	Сложение и вычитание с переходом через разряд в концентре 0-100	58
6	**Методика изучения простых задач на сложение и вычитание в первом классе**	60
6.1	Типы простых задач на сложение и вычитание	60
6.2	О семантике ключевых слов простых задач на сложение и вычитание	62
6.3	Этапы работы над простой задачей в первом классе	63
6.4	Трудности первоклассников при решении простых задач на сложение и вычитание	64
Библиография		73

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга предназначена для студентов, обучающихся на первой ступени высшего образования в области *Педагогики начального образования*, и представляет собой учебное пособие по первой части трехчастного курса *Дидактика математики*, структурированное согласно куррикулуму этой дисциплины. Пособие будет также полезно и действующим учителям.

Дисциплина *Дидактика математики* относится к серии учебных дисциплин по частным дидактикам начального образования. Данная дисциплина формирует базовые профессиональные приобретения, необходимые для эффективной работы учителя по курсу математики в 1-4 классах, в связи с базовыми и смежными курсами педагогики, психологии, дидактики начального образования, праксиологии математики.

По окончании курса студент должен быть способен:

- внедрять современные концепции, принципы, теории и методики при проектировании, проведении и оценке педагогической деятельности по математике в 1-4 классах, с учетом возрастных особенностей учащихся;
- использовать документы образовательных политик и куррикулумные продукты в педагогической деятельности по математике в 1-4 классах;
- анализировать ресурсы из профильных и меж/трансдисциплинарных областей, как основу для разработки собственных идей, применимых при проектировании и осуществлением педагогической деятельности по математике в 1-4 классах;
- разрабатывать эшелонированные дидактические проекты по математики для 1-4 классов, на основе стратегий, центрированных на учащихся, и исходя из предпосылок научной правильности и методологической целесообразности;
- осуществлять учебную деятельность по математике в 1-4 классах на основе образовательных технологий, соответствующих конкретному контексту;
- оценивать/самооценивать эффективность учебной деятельности по математике в 1-4 классах с целью принятия решений по повышению качества образования;
- предлагать свои решения в типовых и индивидуальных проблемных ситуациях на уроках математики в 1-4 классах на основе использования частных методов исследования;
- формулировать задачи собственного профессионального развития в области дидактики математики в начальных классах, проявляя мотивацию и ответственность.

Для обеспечения данных результатов, в пособии предлагаются:

- тексты лекций, сопровожденные примерами из учебников и образцами дидактической деятельности;
- дифференцированные и групповые задания для семинарских и лабораторных занятий – рубрика «От теории у практике».

Желаю успеха в постижении дидактики математики – науки и искусства, позволяющей ввести младшего школьника в мир математики, составляющего неотъемлемую область жизни и развития человеческого общества.

Автор

1. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

1.1. Куррикулумная концепция начального курса математики

Основополагающая цель изучения математики на начальном уровне образования

Изучение математики является важным в любой образовательной системе, предусматривающей подготовку граждан к активной жизни в XXI веке. Надежная математическая подготовка является существенной для обеспечения высококвалифицированной и хорошо образованной рабочей силы, способной развивать экономику на основе инноваций и технологий. В наши дни интерес к качеству математического образования на мировом уровне подчеркивается повышенным вниманием к нему в рамках международных программ по оценке учебных достижений TIMSS[1] и PISA[2].

На индивидуальном уровне математика служит опорой в многочисленных повседневных ситуациях и во многих областях знаний. Также, изучение математики является прекрасным средством для тренировки мышления, развития логического, абстрактного, критического и творческого мышления – важных способностей, которые мы должны развить у учащихся, чтобы они стали успешными личностями, способными к обучению на протяжении всей жизни.

Основополагающей целью изучения математики на начальном уровне образования, которую ставит куррикулум, является гармоничное развитие личности младшего школьника ввиду обеспечения предпосылок к школьной интеграции на гимназическом уровне, а также к социальной и профессиональной интеграции в перспективе.

Цели математического образования в начальных классах, выраженные в терминах компетенций, очерчиваются на уровне слияния следующих аспектов:

- усвоение понятий, элементов математического языка и основных математических способностей, необходимых в повседневной и учебной деятельности;
- развитие когнитивных и метакогнитивных[3] способностей посредством математических подходов к решению задач и проблемных ситуаций из различных областей;
- формирование позитивного отношения к изучению математики, как к значимой для жизни области.

Специфические компетенции дисциплины

Специфические компетенции дисциплины – **это** интегрированные системы знаний, навыков, отношений и ценностей, которые должна сформировать/развить учебная дисциплина на начальном уровне образования, в соответствии с школьным обучением в целом.

---

[1] TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) – Международное мониторинговое исследование качества школьного математического и естественнонаучного образования.

[2] PISA (Programme for International Student Assessment) – Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся.

[3] Метакогнити́вные процессы (от др.-греч. μετα-, μετά и лат. cognitiō — «знание»; метапозна́ние[1]) — «знание о знании», «мышление о мышлении», «осознание осознания» и т. п.

Специфические компетенции дисциплины Математика на уровне начального образования представлены в предметном куррикулуме по Математике и должны быть сформированы к концу четвертого класса:

1. Распознавать и применять математические понятия в различных ситуациях, доказывая верность и связность математического языка.
2. Применять арифметические действия и их свойства в разнообразных контекстах, выражая внимание и интерес к верным, удобным и быстрым вычислениям.
3. Решать математические задачи, проявляя критическое мышление для принятия рационального плана решения.
4. Осуществлять изыскания/исследования для решения/формулирования проблемных ситуаций/задач, проявляя любознательность и творчество при интеграции математических и других навыков.

Чтобы сформировать математическую компетенцию, учащемуся необходимо:

1. овладеть системой математических знаний, очерченной обязательными содержаниями обучения;
2. усвоить навыки и способности использования/применения математических знаний в учебной и оценочной деятельности, обеспечивая, таким образом, функциональность знаний;
3. обладать личными способностями и качествами к изысканию, исследованию, решению, персонализируя, таким образом, функциональные знания;
4. интегрировать и мобилизовать личностные приобретения, проявляя в различных школьных и жизненных ситуациях образцы поведения, соотносящиеся с ценностями и личностными отношениями.

Следовательно, процесс формирования компетенций описывается алгоритмом:



В результате, от ученика младшего школьного возраста, который обучается математике по действующему куррикулуму, ожидается, чтобы он успешно решал проблемы, возникающие в различных контекстах школьной и окружающей действительности, применяя математические знания, способности, навыки, а также выражая адекватные отношения, т.е. доказывая соответствующие компетенции.

Формулировки специфических компетенций по математике, как и специфических компетенций по всем учебным дисциплинам, включают следующие структурные составляющие:

- формируемая способность;
- область учебного содержания;
- контексты применения;
- преобладающие специфические отношения и ценности.

Рассмотрим преобладающие специфические отношения и ценности, предусмотренные специфической компетенцией № 2: **внимание и интерес к верным, удобным и быстрым вычислениям.** Данная компетенция относится к формированию у учащихся полноценных вычислительных навыков.

Вычислительный навык -- это высокая степень овладения вычислительными приемами. Приобрести вычислительные навыки -- значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро.

Полноценным вычислительным навыком называют вычислительный навык, качество которого соответствует требованиям учебной программы на данном этапе развития школы. Полноценный вычислительный навык характеризуется следующими свойствами (качествами).

1. *Правильность* - ученик правильно находит результат арифметического действия над числами, т.е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие вычислительный прием.
2. *Осознанность* - ученик актуально осознает теоретическую основу вычислительного приема, что проявляется в том, что он способен обосновать операции, составляющие вычислительный прием.
3. *Рациональность* - ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает те из возможных операций, выполнение которых легче других и быстрее приводит к нахождению результата арифметического действия. Естественно, это свойство может проявляться только тогда, когда для данного случая существуют различные вычислительные приемы. Ученик, используя различные знания, может сконструировать несколько приемов и выбрать наиболее рациональный. Как видим, рациональность непосредственно связана с осознанностью.
4. *Обобщенность* - ученик может применить, прием вычисления к большому числу случаев, т.е. он способен перенести прием вычисления на новые случаи. Обобщенность так же, как рациональность, тесно связана с осознанностью вычислительного навыка, поскольку общим для различных случаев вычисления будет одна и та же теоретическая основа.
5. *Автоматизм* - ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом плане, но всегда может вернуться к объяснению всей системы операций. Программа предусматривает разную степень автоматизма вычислительного навыка. Высокая степень автоматизма должна быть достигнута по отношению к табличным случаям. Это проявляется в том, что ученик сразу же соотносит с двумя данными числами третье число, которое является результатом арифметического действия, не выполняя отдельных операций. По отношению к другим случаям уровень автоматизма ниже: ученик предельно быстро выделяет и выполняет систему операций, составляющая данный вычислительный прием, не объясняя, почему именно ее выбрал и как выполняет каждую операцию.
6. *Прочность* - ученик сохраняет сформированный вычислительный навык на длительное время. Прочность навыка естественно рассматривать, по крайней мере, в трех аспектах: как сохраняемость автоматизма, как сохраняемость осознанности, как сохраняемость правильности.

Основополагающие принципы начального математического образования

Куррикулум по математике для начальных классов базируется на следующих принципах, свойственных доуниверситетсткому математическому образованию.

Конструктивистский принцип (принцип структурализма) рассматривает систематическое структурирование, реструктурирование и корреляцию математических понятий и навыков, как

существенный аспект процесса преподавания-учения-оценивания. В контексте данного принципа, начальное математическое образование организовано ***модулярно-концентрически по спирали***. Предусмотренные для начальных классов модули построены по числовым концентрам: 0 – 10; 0 – 20; 0 – 100; 0 – 1 000; 0 – 1 000 000. Организация по спирали обеспечивает экстраполяцию, углубление, развитие, систематизацию и обобщение математических когнитивных приобретений от одного числового концентра к другому, по всем ***областям содержания***: числа и действия над числами; интуитивные элементы геометрии и измерений; решение задач. В то же время, обеспечиваются условия для соблюдения особенностей учения в младшем школьном возрасте: от простого к сложному; от частного к общему; от конкретного к абстрактному.

- 0-10. Каждое число первого десятка представляет собой совокупность нескольких единиц. Оно имеет особое название, изображается особой цифрой. Концентр 0 – 10 включает табличные случаи сложения и вычитания, которые ученики должны сознательно усвоить и, незаметно для самих себя, запомнить. Все это обуславливает необходимость выделения первого десятка в особый концентр.
- *0-20.* В пределах второго десятка изучаются случаи сложения без перехода и с переходом через разряд, которые ученики должны сознательно усвоить и довести до автоматизма, чтобы в дальнейшем складывать и вычитать любые многозначные числа. Кроме того, в этом концентре ученик впервые встречается с десятичной группировкой единиц и с вычислительными приемами, основанными на этой группировке. Закономерности, лежащие в основе десятичной системы счисления и этих вычислительных приёмов, легче пояснить и понять на небольших числах, какими и являются числа до 20. Поэтому второй десяток можно рассматривать как вспомогательную ступень при переходе от первого десятка к сотне, которая составляет особый концентр, и в пределах которой – полнее, чем в пределах второго десятка, – раскрывается сущность десятичной системы счисления и принцип поместного значения цифр.

  Другим аргументом для выделения чисел до 20 в особый концентр является особенность формирования их названий. В отличие от остальных двузначных чисел, названия чисел второго десятка не соответствует их записи. Пишем сначала десяток, затем единицы. Говорим же наоборот – сначала единицы, затем десяток (Например, 12 – двенадцать).
- *0-100.* В пределах первой сотни более разнообразны вычислительные приёмы сложения и вычитания, связанные с разложением чисел на десятки и единицы. В этом концентре изучаются табличные случаи умножения и деления, которые надо твёрдо усвоить, вводятся первые внетабличные случаи умножения и деления. Перечисленные вычислительные умения являются необходимой ступенью в дальнейшем изучении действий с многозначными числами. Все это служит достаточным основанием для выделения сотни в особый концентр, которому, по справедливости, придается большое значение.
- *0–1000.* Нумерация чисел любой величины аналогична нумерации чисел первой тысячи. На трёхзначных числах доступно формирование письменных приёмов выполнения арифметических действий, которые в дальнейшем будут экстраполированы на многозначные числа сколь угодно большого разряда. Вот почему первая тысяча выделяется в особый концентр.
- *0-1 000 000* В этом концентре формируются понятия о разряде и классе. Действия выполняются, преимущественно, письменно. Отрабатывается механизм арифметических действий, расширяются и обобщаются знания о нумерации и четырёх арифметических действиях с

натуральными числами, углубляются элементарные теоретические сведения о связи и зависимости между действиями, между компонентами и результатами действий, закрепляется понимание законов и свойств арифметических действий. В целях обобщения вводится (в очень ограниченном объёме) римская нумерация, что дает некоторую возможность сравнить позиционные и непозиционные системы счисления (десятичную систему и римскую систему).

Формирующий принцип относится к формированию качеств личности учащегося в процессе изучения математики. Начальное математическое образование направлено на усвоение системы ценностей и личностных отношений, которая описывается системой трансверсальных компетенций, проецированной на Профиль выпускника начальных классов. В этом контексте, релевантными являются, например: любознательность и воображение; внимание и сосредоточенность; интерес к изучению математики; признание красоты математических рассуждений; достиженческое поведение при решении задач и т. д. Отношение младших школьников к математике моделируется в ситуациях значимого учебного опыта: от конкретных действий на предметах и рисунках – до активного экспериментирования, от активизации для личного успеха – до ответственности за групповой успех.

1.2. Принципы структурирования систем учебных заданий по математике

Структура системы заданий по математике строится ***по трем обязательным принципам: полноты, однотипности, непрерывного повторения.*** Для реализации непрерывного повторения используются ***альтернативные принципы: противопоставления и дидактического контрпримера***.

Принцип полноты Система заданий удовлетворяет принципу полноты, если она обеспечивает формирование куррикулумных компетенций в процессе усвоения соответствующих содержаний и исключает возможности формирования ошибочных ассоциаций. Учебники должны гарантировать соблюдение этого принципа. Если учитель отходит от учебника, то, подбирая задания к уроку, он должен следить за соблюдением принципа полноты. Например, в школьной практике встречаются случаи, когда предлагаются больше задач на деление на равные части, чем на деление по содержанию. В результате у учащихся может сформироваться неполное представление о действии деления. Самостоятельное соблюдение учителем принципа полноты невозможно без высокого уровня математической и методической культуры.

Принцип однотипности Систему заданий, которая содержит задачи или примеры одного типа, называют однотипной. Чтобы сформировать умение, к какой бы области познания оно не относилось, необходимо выполнить определенное количество однотипных упражнений. Следовательно, принцип однотипности является обязательным при структурировании систем учебных заданий. Однако, помимо положительного эффекта, однотипность имеет и отрицательный эффект. При выполнении большого числа однотипных упражнений наблюдается снижение внимания и интереса, ослабление активности мыслительной деятельности, что приводит к механическому подходу к решению и повышает риск допущения ошибок. Для нейтрализации этих нежелательных эффектов рекомендуются

другие, альтернативные принципы, которые используются наряду с обязательным соблюдением полноты и однотипности.

Принцип непрерывного повторения. В однотипную систему заданий по новой теме включаются задания из предыдущих разделов. Цель их включения – устранение отрицательных эффектов однотипности, а также систематическое и непрерывное повторение изученного. Структура такой системы заданий имеет вид: Т1, Т2, Т3, М1, Т4, Т5, Т6, М3, Т7, Т8, Т9, М4, Т10, ..., где Ti – однотипные задания по новой теме, а Mi – задания других типов из ранее пройденных тем. В этой структуре существенным является то, что задания одного типа группируются подряд по три. Целесообразность подобной группировки обусловлена закономерностью Шеварева[4], из которой следует, что к четвертому однотипному заданию внимание учащихся ослаблено. Включение задания другого типа (из повторения), внешне сходного с Т3, имеет целью намеренно спровоцировать ошибку учащихся. Ошибка анализируется, уверенность учащихся в безошибочности своих действий уменьшается, следовательно, повышается их внимание и интерес. Активность мыслительной деятельности возрастет, даже если учащиеся не допустят ошибку, так как был нарушен ряд условий закономерности Шеварева. Не рекомендуется группировка однотипных упражнений менее, чем по три подряд, так как этого недостаточно для того, чтобы более слабые учащиеся сформировали нужные умения. Обычно, такие учащиеся лишь слушают решение первого задания, второе задание начинают понимать, и только третье – пытаются решить. Если удается, то уверенность в собственных силах растет. А без уверенности ослабевает внимание и интерес. Однако, к четвертому однотипному заданию, результативность обучения ослабевает в любом случае. Если все же учитель находит необходимым решение подряд большего числа однотипных заданий, то рекомендуется варьирование учебных контекстов. Например, задания Т1 и Т2 выполняются фронтально, Т3 и Т4 – в парах или индивидуально, а Т5, Т6, Т7... – в конкурсном игровом ключе.

Учебники не могут полностью обеспечить соблюдение принципа непрерывного повторения, так как в этом случае важна специфика усвоения в конкретном классе. Системы заданий учебника соответствуют этому принципу частично, отражая основные связи математических понятий и предупреждая типичные ошибки учащихся. Чтобы целесообразно подобрать для непрерывного повторения, рекомендуются альтернативные принципы, описанные ниже.

Принцип противопоставления. Принцип противопоставления предполагает чередование заданий на прямые и обратные арифметические действия/ умственные операции, а также чередование любых упражнений, включающих понятия, которые учащиеся различают с трудом и склонны смешивать (путать).

Пример 1. Увеличить число 5: а) на 3; б) в 3 раза.

Пример 2. Дано число 12. Найти его: а) половину; б) треть; в) четверть; г) удвоенное; д) утроенное.

---

[4] Одна из девяти закономерностей формирования учебных математических умений и навыков: «Если при изучении новой темы выполняются условия: 1) учащемуся предлагают задания только одного типа; 2) решение каждого из них сводится к одной и той же операции; 3) эту операцию (ее результат) учащемуся не приходится выбирать среди других возможных в сходных ситуациях; 4) данные задания не являются для учащегося непривычными; 5) он уверен в безошибочности своих действий, — то к третьему заданию учащийся прекращает обосновывать решение. Если хотя бы одно из перечисленных условий нарушается при выполнении какого-либо задания, то учащийся начинает обосновывать решение этого и одного-двух последующих заданий.» (Шеварев П. А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника, — М., 1959. — 302 с.)

Пример 3. а) Вычисли и прочитай пример, используя математическую терминологию: 3 × (6 + 5); б) Запиши примером предложение: «Чему равна половина суммы чисел 16 и 14?»

Принцип дидактического контрпримера. Под дидактическим контрпримером понимаем любое задание, которое провоцирует учащихся на ошибку, тем самым помогая учителю предотвратить или выявить, устранить возможные ошибки и недостатки в понимании. В действующих учебниках математики для начальных классов дидактические контрпримеры представлены с помощью персонажа Незнайки (по принципу «учимся на чужих ошибках»). Работа над дидактическими контрпримерами требует внимательного руководства, поэтому выполняется на уроке и не задается на дом. Дидактические контрпримеры особенно эффективны на уроках, предваряющих оценивание кумулятивного типа (СО, ПФО), а также в ходе постоценочной деятельности. Анализируя контрольные работы учащихся, учитель должен выявить типы допущенных ошибок и составить по ним дидактические контрпримеры, которые рекомендуется трактовать в интерактивном ключе (в парах, в группах по четверо). Каждый дидактический контрпример должен завершаться формулировкой вывода и подтверждаться примерами.

1.3. Стратегии обучения математике в младшем школьном возрасте

Куррикулум по математике для 1-4 классов подчеркивает опытные подходы (формирующие опыт учащихся) в рамках дидактических стратегий, специфичных для изучения математики в младшем школьном возрасте (**индуктивно-дедуктивных и аналогических**), в контекстах центрирования на ученике, использования активных методов и различных форм организации (индивидуальной, фронтальной, групповой). В динамическом контексте усвоения школьных компетенций, деятельность по формированию математического опыта младших школьников предполагает следующую структуру:

1. выявление существенных свойств нового на частных моделях (предметных, графических, символических);
2. построение вербальной модели нового: формулирование обобщающего математического предложения (правила, свойства, описания) на уровне, доступном учащимся данного возраста;
3. конкретизация обобщающего предложения: обратная связь на основе системы заданий, обеспечивающей понимание, предотвращение возможных ошибок;
4. включение нового математического приобретения в ранее усвоенные структуры путем переноса в разнообразные контексты;
5. активное экспериментирование в рамках групповой трансдисциплинарной деятельности.

Методы обучения математике в начальных классах

Для обеспечения основных куррикулумных положений по дидактическим стратегиям, рекомендуется гармонично сочетать современные (интер)активные методы с методами, традиционно использующимися в начальном образовании.

Дидактические игры

Дидактические игры составляют особый раздел обучающих стратегий для начального образования, гармонично сочетая подвижность и мотивирование для достижения конкретных целей

урока. Синергия психомоторного и когнитивного является одним из основных достоинств этого метода обучения. Дидактические игры имеют особое значение в начальном курсе математики, так как они способствуют формированию математических компетенций, абстрактных и комплексных по своей природе, в самой доступной для младших школьников игровой форме.

Выделяют следующие ***элементы дидактической игры***.

- *Дидактическая задача* определяется целью обучающего воздействия; формулируется педагогом и отражает его деятельность. Например: отработать навыки счета; закрепить умение составить числа с помощью заданных цифр. Дидактическая задача в игре преднамеренно замаскирована и предстает перед детьми в виде игровой задачи.
- *Игровая задача* осуществляется детьми; определяет игровые действия, становится задачей самого ребенка. Например: достать звёздочку; собрать яблоки; нарядить елку и т. п.
- *Игровые действия* связаны с игровой задачей и исходят из нее; являются средствами реализации игровой задачи, но включают и действия, направленные на выполнение дидактической задачи. Чем разнообразнее игровые действия, тем интереснее для детей сама игра и тем успешнее решаются познавательные и игровые задачи. В разных играх игровые действия различны по их направленности и по отношению к играющим. Например: ролевые действия, отгадывание загадок, вычисления и т. д.
- *Правила игры* обусловлены общими задачами формирования личности ребенка, познавательным содержанием, игровыми задачами и игровыми действиями; являются заданными и содержат нравственные требования к взаимоотношениям детей, к выполнению ими норм поведения; служат педагогу для управления игрой, процессами познавательной деятельности, поведением детей.
- *Подведение итогов* проводится сразу после окончания игры. Например: подсчет очков; выявление детей, которые лучше выполнили игровое задание; определение команды-победителя и т.д.

Математические диктанты

Математический диктант часто используется для первичного и для формативного оценивания, так как позволяет своевременно получить информацию о достижениях учащихся. Основа математического диктанта – это система заданий, составленная в соответствии с формируемыми / оцениваемыми компетенциями.

Математические диктанты позволяют не только повторить и закрепить математические знания и навыки. С помощью математических диктантов развиваются когнитивные психические процессы и особенно память, внимание, рассуждение и быстрота мышления. Математические диктанты способствуют развитию математического языка на основе образцов прочтения заданий учителем. Таким образом, математический диктант представляет собой метод обучения с многочисленными формирующими возможностями, что обосновывает необходимость его частого и творческого использования на уроках математики.

Математический диктант является также инструментом оценивания, эффективным в контекстах первичного и формативного оценивания. Ниже предлагаются выборки продуктов, которые можно включать в различные виды математических диктантов.

При разработке диктанта необходимо следовать общим принципам структурирования систем математических упражнений и задач: однотипность, непрерывное повторение, противопоставление. Успех математического диктанта обусловлен выполнением следующих ***методических требований***.

- Уровень сложности диктанта должен быть средним, а количество заданий должно соотноситься с временем, за которое большинство учащихся данного возраста способны сохранять сосредоточенность.
- Необходимо предварять математический диктант устной фронтальной актуализацией знаний.
- Учитель должен читать каждое задание один раз, ясно и четко, чтобы стимулировать концентрацию внимания учащихся. Для облегчения восприятия, задания можно представлять с помощью электронной презентации.
- Учащиеся выполняют задания в уме и записывают в тетради только полученные ответы.
- Заранее нужно договориться о знаке, с помощью которого учащиеся дадут понять учителю, что задание выполнено и можно приступать к следующему (например, ставят на локоть руку с авторучкой).
- Во время проведения математического диктанта учителю не рекомендуется передвигаться по классу, чтобы не отвлекать внимание учащихся.
- В финале учитель может перечитать все задания, тем самым обеспечивая условия для самопроверки.
- Допускаются различные способы оценивания / самооценивания, при которых учащиеся сравнивают полученные ответы: - с ответами ученика, выполнившего диктант на обратной стороне доски; - с ответами, прочитанными другими учениками по требованию учителя; - с верными ответами, представленными учителем на доске или с помощью проектора; - с ответами соседа по парте, обменявшись тетрадями. Класс выражает согласие либо несогласие с каждым ответом при помощи заранее установленного знака (поднимают руки, хлопают в ладоши и т. д.). В случае разногласий, необходимо провести фронтальный разбор, в результате которого, по необходимости, учащиеся выполняют исправления в тетрадях.
- Деятельность рекомендуется завершить дополнительным заданием по ряду полученных ответов.
- Учитель должен провести анализ допущенных учащимися ошибок, чтобы скорректировать дальнейший ход преподавания-учения. Допущенные учащимися ошибки предоставляют учителю исходный материал для составления дидактических контрпримеров.

Опишем основные ***виды математических диктантов*** в начальной школе.

Графические диктанты на рисование числовых фигур. Подобные диктанты рекомендуются проводить в первом классе на протяжение первых двух модулей. Задания могут быть нацелены на: пространственную ориентировку; счет до десяти в заданном пространственном порядке; распознавание цвета; рисование геометрических фигур; освоение способов формирования, сортировки, классификации, количественного сравнения/уравнивания групп предметов.

Графические диктанты на рисование по клеточкам. Подобные диктанты выполняются учащимися по клеткам тетради. Задания воспринимаются либо на слух (под диктовку учителя), либо

зрительно (схематическая запись может быть задана на доске или на карточке). Для оптимального расположения на странице указывается исходная точка.

Числовые диктанты могут включать задания с краткими ответами и задания двойного/множественного выбора, не требующие выполнения арифметических действий. Обычно, задания в числовых диктантах относятся к составу, чтению, записи, сравнению и упорядочиванию натуральных чисел, а также к составу, чтению и записи дробей.

Арифметические диктанты могут включать задания с кратким ответом, задания двойного/множественного выбора, возможно и устное решение задач. Выполнение заданий должно предполагать арифметические вычисления: примеры в 1-3 действия, неполные примеры, несложные задачи, решаемые 1-2 действиями и т. д.

Терминологические диктанты позволяют проверить усвоение математического языка. Они составляются из заданий с кратким ответом: вопросы о значении математических терминов; неполные математические предложения; задания на распознавание математических понятий в конкретных ситуациях/примерах.

Геометрические диктанты предполагают задания на геометрическое построение, поэтому учащимся необходимо заранее приготовить необходимые реквизиты.

Диктанты «Истинно – Ложно». Подобные диктанты включают задания двойного выбора и составляются на основе дидактических контрпримеров. Учащимся предлагается определить значения истинности математических предложений. Если учащиеся посчитают, что предложение истинно, то они запишут букву И (истинно) или слово «да», а если они посчитают его ложным, то запишут букву Л (ложно) или слово «нет».

Основные средства обучения математики в начальных классах

Система средств обучения математике младших школьников складывается из следующих основных пособий:

1. Учебник по математике;
2. Учебные пособия, содержащие материал в дополнение к учебнику: карточки-задания для организации самостоятельной работы учащихся; сборники задач и упражнений; материалы для оценивания учащихся и др.;
3. Различного рода методические пособия для учителя;
4. Материально-предметные (иллюстративные) модели, к которым могут быть отнесены приборы, измерительные инструменты, таблицы, раздаточный материал, счетный материал и т.д.

Учебники по математике являются основным средством обучения. Учебники должны следовать предписаниям Куррикулума для начального образования, доступно излагая все, что необходимо каждому ученику для формирования предусмотренных компетенций в условиях соблюдения общепедагогических норм. Учебник – это то книга для учащегося, по которой он сможет учиться, сотрудничая с одноклассниками, под внимательным и методически оптимальным руководством учителя. Являясь основным инструментом учебы учащегося на уроках и дома, учебник также

предоставляет учителю стратегическую и технологическую основу для проектирования и осуществления дидактического процесса.

Каждая из куррикулумных единиц компетенций должна задействоваться в учебнике многократно, развиваясь по спирали в разнообразных частных и интегрирующих контекстах, что повышает шансы на достижение школьного успеха.

Одной из главных характеристик учебника должно являться стимулирование интереса детей к обучению математике, что достигается:

- привлекательными графическими и цветовыми решениями;
- доступностью изложения материала для детей;
- единством концепций учебников для 1-4 классов;
- созданием обучающих контекстов с учетом интересов и предпочтений учащихся;
- использованием меж- и трансдисциплинарных связей;
- привлечением национальных и универсальных культурных ценностей;
- разнообразием видов занимательной деятельности: игры, конкурсы, рифмованные считалки, текстовые задачи с забавным содержанием и т.д.

Одно из важных мест среди средств обучения занимают ***карточки с математическими заданиями***. Эти пособия предназначены для того, чтобы помочь учителю в организации самостоятельной работы учащихся на различных этапах урока. Они могут быть использованы для проведения контрольных и обучающих самостоятельных работ, организации фронтальной, групповой и индивидуальной работы в классе, восполнение пробелов в знаниях детей. Использование карточек позволят решать ряд дидактических задач. С их помощью можно эффективно организовать фронтальную работу с классом при изучении нового материала, проводить самостоятельные работы по закреплению и проверке пройденного материала. Кроме того, работа по карточкам способствует воспитанию самостоятельности, развитию мышления, творческих способностей учащихся помогает осуществлять дифференцированный подход с учетом подготовленности каждого ученика.

Среди средств обучения математике младших школьников важную роль играют ***наборы, инструменты, приборы и модели.*** В одних условиях эти средства обучения сами являются объектами изучения, а в других применяются как дидактические пособия, с помощью которых формируются математические представления понятия, умения и навыки.

Фланелеграф - это обтянутый однотонной фланелью картонный прямоугольник, в качестве которого может служить обложка старой ненужной книги или дно коробки высотой около 2 см, края которого не позволяют скатываться расположенным на нем предметам. Можно также вложить фланель на дно крышки коробки, в различных отделениях которой лежит раздаточный материал (геометрические фигуры, камешки, игрушечные грибочки, уточки и т.д. Фланелеграф облегчает детям ориентировку на парте (раздаточный материал не рассеивается по всему столу, а лежит на фланелеграфе) и снимает шум при работе с палочками, монетами и другими предметами.

Наборное полотно имеет, обычно, размер 460 х 165 мм, расстояние между пазами 70 мм, а глубина паза 8 мм. Наборное полотно имеет рамку, чтобы вставляемые в пазы геометрические фигуры и карточки из них не выпадали. Основание описываемого полотна изготовлено из деревянных реек, а пазы образованы наложением на основание полотна трех пластмассовых пластинок. При отсутствии

пластмассовых пластинок и фанеры наборное полотно такой конструкции можно сделать из плотного картона. Наборное полотно тоже облегчает ориентировку и служит подсобным средством во время использования раздаточного материала при изучении многих тем, предусмотренных программой.

Раздаточный материал – также одно из основных дидактических средств наглядности при обучении младших школьников. Виды и формы раздаточного материала весьма разнообразны. Его виды определяются изучаемыми материалами, их конкретным содержанием, а что касается функций, то они в основном заключаются в том, чтобы раскрывать содержание новых понятий, закреплять изученный материал, обеспечивать активную самостоятельную учебную деятельность учащихся, контролировать усвоение материала. Пользуясь раздаточным материалом на основе действий с конкретными знакомыми предметами, учащиеся под руководством учителя учатся считать, сравнивать различные группы предметов, устанавливают различные связи между числами. Основными видами раздаточного материала являются: счетные палочки, кубики, карточки (разрезные цифры, пособия с аппликационными изображениями и т.д.), монеты.

Счетные палочки - один из самых простых и ценных средств обучения. Их можно широко применять при изучении нумерации натуральных чисел и действиям сложения и вычитания в концентрах 0-10, 0-20, 0-100. Кроме того, они применяются и при пропедевтике геометрии. Из палочек дети строят различные геометрические фигуры.

Разрезные цифры и знаки арифметических действий и отношений - это набор карточек с рельефными изображениями в виде аппликационного рисунка чисел (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90) и знаков (+,- , =, > , <). Размеры таких карточек приблизительно 5-5,5 × 9,5 см - для однозначных чисел и знаков, 10-11 × 9,5 см - для двухзначных чисел. С помощью разрезных цифр и знаков арифметических действий можно эффективно организовать фронтальную работу.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Выявите в учебниках математики для начальных классов соответствие между предложенными модулями и куррикулумными учебными единицами.
2. Выявите в одном из учебников математики для начальных классов задания, предложенные, как дидактические контрпримеры.
3. Выявите в одном из учебников математики для начальных классов задания, предложенные для: а) ТФО; б) ПФО; в) СО.
4. Проведите дидактическое симулирование одного из математических диктантов, предложенного в Гиде по внедрению куррикулума для начальных классов.
5. Сформулируйте элементы дидактической игры «Круговые примеры», выбрав в одном из учебников математики подходящее задание. Проведите дидактическое симулирование.

Групповые проекты

1. Выберите в одном из учебников математики для начальных классов страницу для урока по формированию способностей: а) к добыванию знаний; б) пониманию знаний; в) применению знаний; г) анализу-синтезу знаний; д) оцениванию. Проведите исследование: 1) по этапам урока

данного типа; 2) по соответствию курриклумным положениям; 3) по применению принципов структурирования систем учебных заданий.

2. Постройте графический органайзер развития в куррикулуме по математике для 1-4 классов:
   а) одной из специфических компетенций;
   б) одной из следующих областей содержания: нумерация натуральных чисел; арифметические действия; простые задачи; составные задачи; элементы геометрии; элементы измерений;

е-Конкурс

Проведите в электронном ресурсе курса конкурс на самый интересный и лучше всех структурированный фотоальбом, посвященный средствам обучения математике в начальной школе. К конкурсу допускаются фотографии, выполненные в учебном заведении (с согласия учителя), а также из Интернета (с указанием ссылок).

2. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

2.1. Краткие теоретические основы

Под нумерацией (от лат. *numero* – считаю) в арифметике понимают совокупность приемов наименования и письменной записи чисел при помощи символов.

В интуитивном понимании, натуральные числа – это числа, возникающие естественным образом при счете предметов с целью определения их количества и порядка.

В современной математике существуют два подхода к определению натуральных чисел:

- Теоретико-множественный подход, при котором натуральные числа определяются как мощности конечных множеств;
- Аксиоматический подход, при котором множество натуральных чисел определяется на основе определенных условий – аксиом Пеáно:
  1. Нуль есть натуральное число;
  2. Число, следующее за натуральным, также является натуральным числом;
  3. Нуль не следует ни за каким натуральным числом;
  4. Если натуральное число a следует за натуральным числом b и a следует за натуральным числом c, то $b = c$;
  5. *Аксиома математической индукции:* Если утверждение (зависящее от параметра) доказано для числа 1 (база индукции) и если из допущения, что оно верно для натурального числа n, следует, что оно верно для следующего за n натурального числа (индукционное предположение), то это утверждение верно для всех натуральных чисел.

В речи натуральные числа выражаются числительными: количественными (ноль предметов, один предмет, два предмета и т.д.), порядковыми (первый, второй и т.д.) и собирательными (двое, трое, четверо, пятеро, шестеро, семеро, восьмеро, девятеро, десятеро).

Для записи натуральных чисел используется десятичная система счисления, использующая десять знаков (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), называемых арабскими цифрами. Предполагается, что основание 10 связано с количеством пальцев рук у человека. Десятичная система счисления является поместной (позиционной): значение цифры зависит от ее места в записи числа.

Для записи порядковых натуральных чисел используются также и римские цифры: I, V, X, L, C, M. Римская система записи чисел не является позиционной.

Хотите больше знать?

✓ В первой половине II века нашей эры древнегреческий философ, математик и теоретик музыки Никомах Герасский в труде «Введение в математику» говорил о «естественном ряде» чисел. В VI веке римский государственный деятель, философ, теолог, святой католической Церкви Боэций перевел этот труд на латинский язык и впервые употребил при этом термин «натуральное число». В XVIII веке французский ученый-энциклопедист Жан Лерóн Д'Аламбéр начал употреблять понятие «натуральное число» в современном смысле.

- ✓ Джузе́ппе Пеа́но (1858 – 1932) – итальянский математик. Внес вклад в математическую логику, аксиоматику, философию математики. Более всего известен как автор стандартной аксиоматизации натуральной арифметики – арифметики Пеано.
- ✓ Является ли нуль натуральным числом? В разных странах этот вопрос решается по-разному. В Республике Молдова, как, например, и в англоязычной, и во франкоязычной математике, нуль считается натуральным числом. В российской математической школе нуль не считается натуральным числом.
- ✓ В древности для записи чисел и счета использовались палочки, этот способ счисления сохранился в римских цифрах. При этом число представляло собой сумму или разность палочек, записанную без каких-либо знаков. Следующим этапом развития систем счисления стало обозначение определенных чисел буквами алфавита. Наконец, первыми поместными системами счислений были вавилонская (шестидесятеричная) и индийская (десятичная). Современная система счисления, которая называется арабской, является одним из вариантов индийской. Однако в индийской системе счисления отсутствовала цифра 0. Эту цифру изобрели арабы, после чего система счисления приняла современный вид. Для исчисления времени в градусной мере углов сохранилась шестидесятеричная система счисления (за основу взято число 60). В 1 часе – 60 минут, в 1 минуте – 60 секунд; в 1 угловом градусе – 60 минут, в 1 угловой минуте – 60 секунд.

2.2. Дочисловой период

Изучение математики в первом классе начинается с непродолжительного по времени (8 часов), но очень важного, по существу, подготовительного периода, называемого дочисловым. В куррикулуме по математике для первого класса этот период приходится на первую учебную единицу «Актуализация» (актуализация элементарных математических представлений, сформированных в дошкольном возрасте).

В дочисловом периоде ученики знакомятся с учебником математики и тетрадью в клетку, с цифровой кассой и наборным полотном, счетными палочками и другими школьными принадлежностями. Вместе с тем они усваивают правила поведения, необходимые для успешной работы в классе: как сидеть за партой, как отвечать и спрашивать, как входить и выходить из класса и т.д. Все эти навыки имеют большое воспитательное значение.

Особенно важным в этот период является развитие речи ребенка, способности рассуждать и пояснять выполненные действия. Материал учебника для первых уроков призван решать эту проблему: здесь и чтение сюжетных картинок, и различного рода задания на моделирование и схематизацию пространственных отношений, занимательные игровые задания и т. д.

Основу обучения математики в начальных классах составляет арифметика натуральных чисел. Понятие натурального числа является многоуровневым и многоаспектным. Очевидно, что усвоение этого понятия в начальной школе закладывает фундамент дальнейшего овладения математическими компетенциями.

Принято считать, что к понятию числа приводят два практических действия: счет и измерение. Действительно, знакомство с математикой начинается со счета. Однако процесс счета вовсе не является элементарным действием, а предполагает установление взаимно однозначного соответствия: каждому из пересчитываемых предметов ставится в соответствие слово – числительное. Чтобы пересчет имел

смысл, совокупность предметов должна быть линейно упорядочена, а числительные должны образовывать последовательность, отрезок которой нужно помнить наизусть.

Следовательно, умение считать требует навыков упорядочивания предметов, а также представлений о последовательности и о взаимно однозначном соответствии. Именно это составляет содержание уроков математики в дочисловом периоде.

Основными задачами дочислового периода являются:

- прогностическое оценивание;
- подготовка к формированию понятия о натуральном числе.

Прогностическое оценивание

На первом, вводном уроке, необходимо провести прогностическое оценивание приобретенных в дошкольном возрасте знаний и умений, необходимых для усвоения нумерации натуральных чисел:

- распознавание существенных свойств предметов (цвет, форма, величина, предназначение и т.д.);
- распознавание взаимного расположения предметов, изображенных или наблюдаемых в окружающем пространстве;
- соотнесение цифры с числом и совокупностями предметов;
- осознанный счет предметов;
- группировка предметов по одному или нескольким критериям;
- сравнение групп предметов (столько же, больше, меньше)

Используя вводную страницу учебника, а также различный дидактический материал, учитель выясняет:

- Все ли ученики с легкостью распознают существенные свойства предметов (цвет, размер, форму)?
- Насколько верно и быстро умеют ученики ориентироваться в пространстве?
- Все ли ученики умеют считать и в каких пределах?
- Каким образом они сравнивают между собой группы предметов, числа?
- Сознательно ли пользуются понятиями «столько же», «больше», «меньше»?
- Какие цифры и какие геометрические формы они знают?

Разумеется, учитель не только выявляет знания детей, но попутно уточняет их, исправляет обнаруженные ошибки, оказывает поддержку.

Результаты прогностического оценивания должны помочь учителю найти индивидуальный / дифференцированный подход к учащимся и устранить выявленные недочеты по ходу дочислового периода.

Важно учитывать, что в ходе прогностического оценивания дети не должны осознавать, что их результаты оцениваются.

Подготовка к формированию понятия о натуральном числе

Предметный счет

Отработка навыков предметного счета является одной из важных целей дочислового периода, так как первоклассники воспринимают понятие о натуральном числе интуитивным образом (то есть в связи со счетом предметов),

В качестве счетного материала используют как однородные, так и разнородные предметы:

- однородные предметы, отличающиеся по одному или более признакам (по цвету, по форме, по величине); например: счетные палочки одной величины, но разных цветов; круги разных цветов и разной величины; елочки, одинаковые по форме и по цвету, но разной величины и др.;
- разнородные предметы, собранные в наборы; например: набор изображений фруктов (яблоки, груши, бананы, мандарины и др.); набор изображений овощей (морковки, огурцы, помидоры и др.); набор геометрических фигур; наборы ЛЕГО; набор персонажей сказки «Репка» и др.

Счетный материал необходимо располагать по-разному: по горизонтали / по вертикали / по наклонной (близко друг к другу или с большими промежутками между предметами); хаотично, по кругу и т. д.

Важно, чтобы дети осознали следующие положения:

- счет можно начинать с любого предмета;
- при счете нельзя пропускать ни одного предмета, нельзя дважды считать один и тот же предмет;
- результат счета не зависит от порядка, в котором считают предметы;
- если последний предмет оказался, к примеру, седьмым, то всего – семь предметов; и наоборот – если последний по счету предмет – седьмой, то всего семь предметов (связь между количественным и порядковым аспектами натурального числа).

Определение расположения предметов относительно себя и относительно заданных фиксированных ориентиров (единица компетенции 1.1.)

С первых же занятий учитель должен отрабатывать умение первоклассников применять парные понятия (антонимы), описывающие пространственные отношения:

- сверху / снизу (вверх / вниз);
- под / на (над);
- внутри / снаружи (изнутри / наружу);
- слева / справа (налево / направо);
- ближе / дальше;
- перед / за;
- вперед / назад;
- горизонтально / вертикально /наклонно.

Суть этих понятий раскрывается в процессе предметных действий и их комментирования, при чтении сюжетных картинок, в ходе проведения динамических пауз и физминуток.

Важно также использовать наблюдения детей. Например, из окна класса дети видят дуб и березу, и составляют фразы: «Дуб ближе к школе, чем береза, а береза дальше от школы, чем дуб.»

Развитию пространственных представлений способствуют и *графические упражнения.* Первые графические упражнения направлены на формирование умения «видеть» / распознавать рабочую строку тетради в клетку (горизонтальный ряд клеток), отдельную клетку в строке, столбики (вертикальный ряд клеток), различать верхнюю, нижнюю, левую и правую стороны клетки, точки (центр клетки, середины сторон, вершины) и углы клетки.

Упражнения на копирование рисунков, выполненных по клеточкам, предлагаются не только с целью подготовки детей к письму и развития мелкой моторики руки, но и для обучения детей действовать по образцу, выполнять «калькирование» изображения. Здесь активно работает все – и

внимание, и ориентировка на плоскости, и планирование действий. Заметим, что умение действовать по образцу, правильно переписать задание, а также копировать изображение играет весьма важную роль в усвоении математики в начальной школе, и не только.

Узоры для рисования по клеткам постепенно усложняются, дети учатся продолжать заданные узоры, что особенно эффективно для активизации логического мышления: анализ узора, выявление закономерности, составление последующих элементов на основе распознанной закономерности.

Полезны также и графические диктанты: рисование по клеточкам под диктовку, в заданном направлении и на заданном расстоянии. Приведем пример.

Графический диктант «Тюлень».

Точка отправления: вторая строка сверху; вторая клетка слева; нижний левый угол.

1↗, 1→, 1↘, 2↓, 1↘, 2→, 1↘, 2 ↗, 2↓, 1↙, 5←, 1↖, 1↙, 1←, 1↗, 3↑, 1↖.

Дополнительное задание: нарисуйте тюленю глаз, затем раскрасьте тюленя.

Распознавание геометрических форм в заданных моделях и в окружающем мире (единица компетенции 1.2.)

Успешное формирование такого абстрактного понятия, как геометрическая форма, во многом зависит от многообразия представлений, накопленных первоклассниками в дошкольном возрасте. Главными источниками этих знаний являются *наглядно-предметная деятельность* детей и *речь*, сопровождающая эту деятельность. Так, наблюдая окружающие предметы и геометрические модели, их части и контуры, дети учатся находить и показывать предметы, похожие по форме на изучаемые геометрические формы.

Геометрические формы, предусмотренные куррикулумом для 1 класса (круг, треугольник, квадрат, куб), знакомы детям с дошкольного возраста. В дочисловом периоде, как и на протяжении всего курса математики в первом классе, геометрические формы выступают в качестве наглядного материала.

Для развития геометрической зоркости ребят, их воображения и фантазии полезно предлагать задания творческого плана, например на «домысливание» и опредмечивание схематических рисунков [2, с. 11, «Конкурс»].

Изыскание способов формирования, сортировки, классификации, сравнения, количественного уравнивания групп предметов (единица компетенции 1.3.)

Чтобы научить формированию, сортировке, классификации групп предметов, необходимо вначале отработать навыки распознавания их свойств, таких как цвет, форма, величина, назначение и т.д. С этой целью проводят работу с парными понятиями, позволяющими сравнивать предметы по определенным признакам:

- одинаковые / разные,
- короткий / длинный,
- низкий / высокий,
- тонкий / толстый,
- узкий / широкий,
- легкий / тяжелый,
- маленький / большой.

Суть этих понятий раскрывается в процессе предметных действий и их комментирования, при «чтении» сюжетных картинок в учебнике [2, с. 6-7].

Разнообразие заданий на группировку предметов по заданному признаку и на выделение из множества его части, также рассматриваемые в дочисловой период, обеспечивают необходимую подготовку детей к дальнейшему осознанию конкретного смысла действий сложения и вычитания. Учитывая большое образовательное и развивающее значение заданий на классификацию и сериацию предметов, в первом модуле учебника для 1 класса эти упражнения проходят сквозной линией, усложняясь по мере продвижения от темы к теме.

Важной составляющей дочислового периода является отработка умения количественного сравнения групп предметов. На этапе предметных действий это предполагает следующие приемы действий по образованию пар предметов:

- наложение предметов одной группы на предметы другой группы;
- приложение предметов одной группы к предметам другой группы;
- расположение предметов одной группы, соответственно, под предметами другой группы.

На этапе графических действий дети работают в тетрадях или на карточках и соединяют линиями или стрелками каждое изображение (фигуру) первой группы с одним изображением (фигурой) из другой группы.

Количественное уравнивание групп предметов проводится на основе тех же приемов, что и количественное сравнение [2, с. 9].

Например, на доске в один ряд прикреплены 6 фигурок зайцев, а на некотором расстоянии от них, врассыпную, – 7 морковок. «Хватит ли зайцам морковок? Как узнать?» Вызванный к доске ученик прикладывает по морковке к каждому зайцу. Выясняется, что одна морковка осталась. «Больше зайцев или морковок? Как сделать так, чтобы зайцев и морковок стало поровну?»

Важно, чтобы дети осознали следующие идеи:

- чтобы выяснить каких предметов больше, а каких меньше, нужно каждому предмету первой группы поставить в пару (наложить или приложить) один предмет второй группы (таким образом устанавливают взаимно однозначное соответствие между множествами);
- чтобы уравнять по количеству группы предметов, вначале прибегают к наложению или приложению, затем убирают лишние предметы либо добавляют недостающие.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Опишите методологию прогностического оценивания, предложенную в Гиде по внедрению учебника по математике для 1-го класса [5, с. 19-20].
2. Выявите в Гиде [5, с. 24-29] предложенные варианты работы над предметным счетом. Выберите один из них и разработайте фрагмент дидактического проекта урока. Проведите дидактическое симулирование этого фрагмента с коллегами по группе, взяв на себя роль учителя.
3. Составьте графический диктант по заданному узору [2, с. 9].
4. Выберите в учебнике подходящую сюжетную картинку и продумайте беседу для чтения этой картинки, используя парные понятия, заданные в куррикулуме, в рубрике «Словарь». Разработайте по этой беседе фрагмент дидактического проекта урока. Проведите дидактическое симулирование с коллегами по группе, взяв на себя роль учителя.
5. Приведите примеры физминуток для дочислового периода и обоснуйте их методическую целесообразность в связи с куррикулумными компетенциями.

Групповые проекты

1. Анализ куррикулума по математике для 1 класса, первая учебная единица «Актуализация»:
   а) Установите соответствие между единицами компетенций и единицами содержания;
   б) Установите соответствие между единицами содержания и терминологей, заданной в рубрике «Словарь»;
   в) Распознайте в учебнике страницы, соответствующие единицам содержания;
   г) Установите соответствие между заданиями первого модуля учебника и единицами компетенций;
   д) Найдите в МКОД [7] школьные продукты, рекомендованные куррикулумом в данной учебной единице;
   е) Установите соответствие между единицами компетенций и этими продуктами.
2. Проведите сравнительный анализ дочислового и добукварного периодов.

е-Конкурс

Проведите в электронном ресурсе курса конкурс на самую интересную дидактическую игру для дочислового периода. К конкурсу допускаются описания игр из научно-методической литературы и Интернета (со ссылками), возможно с выполненными самостоятельно модификациями, а также игры, созданные самостоятельно.

2.3. Числа первого десятка

Число 0

Нуль является характеристикой пустого множества. Для того, чтобы помочь учащимся представить себе такое множество, существуют два методических подхода.

1. *Установление соответствия между пустым множеством и цифрой 0.*

- Можно рассмотреть ряд ситуаций / картинок, описывающих пустое множество, например: в пустом аквариуме 0 рыбок; в пустой клетке 0 птичек и т.д. При таком подходе нуль может изучаться первым в ряду натуральных чисел первого десятка.

- Можно предложить ряд сюжетных картинок, на которых изображено последовательное удаление одного предмета / персонажа и получение, в результате, пустого множества. При таком подходе используется обратный счет (счет в порядке убывания чисел) и, таким образом, число нуль может изучаться не первым в ряду натуральных чисел первого десятка.

2. *Нуль, как результат действия вычитания.* При таком подходе нуль должен изучаться после введения действия вычитания.

Число 1

Число 1 вводится при помощи построения предметных моделей (1 солнце, 1 луна, 1 мама, 1 нос, 1 подушка, 1 кошка, 1 яблоко и т.д.) и соответствующих графических моделей. Следует подбирать предметы / персонажи таким образом, чтобы использовалось числительное как в женском, так и в мужском и в среднем роде. Например: одно яйцо (первое), один утенок (первый), одна уточка (первая).

Полезно подвести детей к пониманию того, что «один» – это может быть и мало, и много. Например: 1 дерево – это мало, а 1 лес – это много деревьев; 1 учащийся – это мало, а 1 класс – это много учащихся.

Числа от 2 до 10

Для введения каждого натурального числа от 2 до 10 отводятся два урока. Первый урок направлен, в основном, на рассмотрение количественного аспекта числа (сколько?), а второй урок посвящен порядковому аспекту числа (который / которая / которое по счету?). После выстраивания определенных отрезков числового ряда рекомендуется проводить интегрирующие уроки, например: «Числа от 1 до 3», «Числа от 1 до 5», «Числа от 0 до 10».

Раскрытие количественного аспекта натурального числа

- ***Предметные модели***

Берут два предметных множества: первое множество содержит столько элементов, сколько указывает предшествующее число; второе множество состоит из одного предмета. Этот предмет должен отличается от остальных либо цветом, либо формой, либо величиной (иногда предназначением). Эти два множества объединяются, и учитель называет полученное множество. *Например*: три больших яблока и еще одно маленькое яблоко – всего четыре яблока; два красных шара, да еще один желтый шар – всего три шара; четыре круглые пуговицы и еще одна квадратная пуговица – всего пять пуговиц.

Учитель направляет детей к пониманию принципа образования нового числа. Например: «Четыре – это три и еще один. Чтобы получить четыре, присчитали единицу к трем.»

Строятся другие предметные модели нового числа, например: 4 кубика, 4 морковки и т.д. Таким образом, достигается цель первого этапа: осознание ребенком натурального числа, как общего свойства конечных равночисленных множеств.

- ***Графические модели (числовые фигуры)***

На этом этапе дети рисуют в тетрадях процесс образования нового числа.

Если первоначально число воспринимается ребенком как определенное количество реальных или изображенных на картинке объектов, то в дальнейшем эти объекты заменяются кругами, квадратами, точками и т.д. – *числовыми фигурами.* При переходе от предметных моделей к числовым фигурам происходит продвижение от конкретного к абстрактному. Яблоки, кубики, зайчики, птички и т.д. заменяются схематическими изображениями, и тем самым подчеркивается, что главное здесь – не особенности изображаемых объектов (несущественные признаки), а их количество. Это позволяет постепенно вычленить количественную сторону окружающего мира как основной предмет изучения математики.

Например: Урок «Число и цифра 4» работа по сюжетным картинкам [2, с. 18].

- Что вы видите на полке? (Три синие чашки, три синие тарелки.) Изобразим эти чашки в тетрадях синими квадратами.
- Нарисуем под каждым квадратом синий кружок. Сколько кружков нарисовали? Как вы думаете – что мы теперь изобразили? (Три синие тарелки.)
- Что делает девочка? (Моет еще одну тарелку – красную.) Как это изобразить? (Надо нарисовать еще один красный кружок рядом с синими.)
- Сколько всего тарелок? (Три и еще одна – четыре).
- Нарисуем теперь чашки, которые мальчик расставил на столе. Как будем рисовать? (Нарисуем три синих квадрата и один красный.) Сколько всего чашек на столе? (Четыре.) Как получилось четыре? (Три и еще одна.)

- Что еще по четыре вы видите на картинках? (четыре ложки, четыре ножки стола, четыре лапы у кошки). Выполним подходящие рисунки (рис. 2.1).

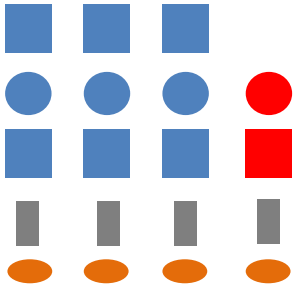


Рисунок 2.1 –Числовые фигуры (число 4)

- ***Символическая модель*** – запись числа с помощью цифры (цифр, в случае числа 10) и осознание цифры как символа (знака). На этом этапе основной целью является установление триединой связи: предметное множество ↔ натуральное число ↔ цифра. Это значит, что, когда ребенок видит цифру, он способен назвать соответствующее число и привести примеры предметных множеств. *Например: «4 – это цифра. Этой цифрой записывается число «четыре». У собаки 4 лапы, у стула 4 ножки.»*

Подобные связи устанавливают не только отталкиваясь от цифры, но и от любого другого элемента соответствующего триединства: от числа или от предметного множества.

Исследование состава числа

Для раскрытия всех случаев состава числа также строим разнообразные частные модели: предметные, графические, символические и вербальные. Поясним для числа 4.

- ***Предметные модели*** (учитель работает на магнитной доске, учащиеся – на партах, индивидуально или в парах)

Пример 1

- Выложите на партах три цветка. Как поступить, чтобы цветков стало четыре? Значит, как мы составили четыре? (Три и еще один.)
- Выложите соответственно, под цветками, два яблока. Как поступить, чтобы яблок стало четыре? Как мы теперь составили число четыре? (Два и еще два.)
- Положите ниже один кружок. Как поступить, чтобы кружков стало четыре? Как мы теперь составили число четыре? (Один и еще три.)
- Повторим, как мы составляли число четыре.

Пример 2

- Возьмите три красные и три синие палочки. Нужно выложить на парту четыре палочки. Как это можно сделать? Покажите все возможные варианты и поясните.

- ***Графические модели***

Комментированное выполнение графического упражнения в учебнике способствует раскрытию состава соответствующего числа. Например, на с. 18: «На деревце было четыре зеленых яблока. Потом одно яблоко созрело и стало красным. Теперь на деревце тоже четыре яблока, но три зеленых и одно красное. Потом созрело еще одно яблоко, и теперь на деревце тоже четыре яблока – два зеленых и два красных и т.д.»

- ***Символические модели***

Случаи составления и разложения числа записывают с помощью «вилки»:



Заданий на состав числа должно быть столько, сколько потребуется, чтобы учащиеся непроизвольно запомнили все возможные случаи. Таким образом осуществляется необходимая подготовка к изучению табличных случаев сложения и вычитания.

Очень важно, чтобы задания на состав числа были разнообразными. Для этого используют печатную тетрадь ученика, различные карточки, дидактические игры.

Раскрытие порядкового аспекта натурального числа

При раскрытии порядкового аспекта натурального числа первого десятка следует ориентироваться на следующие цели.

- ***Осознание связи между порядковым и количественным аспектом натурального числа***

Пример 1 [2, с. 18]

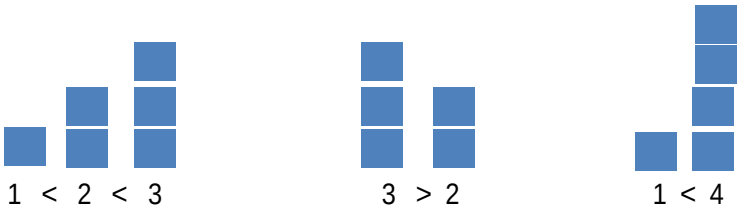
- Сколько было утят? (Три.)
- Что произошло потом? (Из яйца вылупилась еще одна уточка.)
- Сколько стало утят? (Три и еще одна – всего четыре[5].)
- Какая по счету вылупившаяся уточка в ряду утят? (Четвертая[6].)

Пример 2 [2, с. 33]

- Покажите, кто сидит вторым слева. Это утенок или уточка? Опишите ее. (Она стесняется, наклонила голову, вытянула лапку.)
- Покажите, кто сидит на третьем справа месте. Это утенок или уточка? Опишите его. (Он внимательно слушает свою соседку, задумался, размечтался, чешет затылок.)
- А какое по счету место он занимает, если считать слева направо? и т.д.

- ***Сравнение натуральных чисел с помощью понятий больше/меньше/равно (количественное сравнение групп предметов и/или числовых фигур) и соответствующих знаков (<, =, >)***

Например, числовые лесенки:



- ***Упорядочивание натуральных чисел: возрастающий и убывающий порядки***
- ***Распознание отношения следования натуральных чисел: соседей числà (предшествующее и последующее чìсла)***

Здесь полезны задания на дополнение ряда последовательных чисел первого десятка как в возрастающем, так и в убывающем порядке, например:

а) 1, ☐, 3, ☐, 5; б) 8, 7, ☐, ☐ 4; в) ☐, ☐, 4, 3, ☐, ☐.

[5] Произносим «четыре» – количественное числительное.

[6] Произносим «четвертая» – порядковое числительное.

- ***Постепенное формирование понятий о четных и нечетных числах***

Например, на каждой странице учебника, на которой вводится новое число, представлен ряд утят, которые вылупляются из яиц. Наблюдая ряды утят, учащиеся подметят, как они чередуются: утенок – уточка, опять утенок – уточка и т.д. Когда вылупляется утенок (первый, третий, пятый, седьмой и девятый), он еще без пары. Соответственно, 1, 3, 5, 7 и 9 – нечетные (непарные) числа. Когда следом вылупляется уточка (вторая, четвертая, шестая, восьмая и десятая) – все утята в парах. Соответственно, 2, 4, 6, 8 и 10 – четные (парные) числа. Понимая чередование четных и нечетных чисел, учащиеся обнаружат, что 0 – четное число, так как стоит перед нечетным числом 1.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Выполните на листе тетради в клетку образцовые записи составления и разложения числа, с помощью «вилки».
2. Поясните методический подход к введению числа 0 в учебнике для 1-го класса.
3. Поясните по учебнику для 1-го класса трехфазную динамику введения отношений сравнения между натуральными числами первого десятка и соответствующих знаков <, =, >.
4. Проанализируйте в учебнике для 1-го класса урок «Число и цифра 5» и выявите соответствие куррикулумным положениям.
5. На основе изучения различных научно-методических источников, а также используя результаты обучения по курсу «Каллиграфия», опишите ход работы по ознакомлению с новой цифрой и ее каллиграфическому написанию. Приведите примеры четверостиший для ознакомления с новыми цифрами.
6. Выполните SWOT-анализ (рис. 2.2.) для приведенного ниже описания математического диктанта и выявите возможности для улучшения.



Рисунок 2.2 – SWOT-анализ

----------МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ----------

Класс: 1.

Тема урока: Число и цифра 9. Закрепление-развитие

Этап урока: Актуализация знаний

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Я буду показывать на экране картинки. Вы должны сосчитать и записать, сколько предметов. 	4 6 9
Посмотрите внимательно на экран и нарисуйте третью фигуру слева: 	
Теперь нарисуйте вторую фигуру справа: 	
Запишите число, которое называют при счёте после семи.	8
Запишите число, которое называют при счёте перед числом шесть.	5
Послушайте внимательно, как я буду считать, и запишите следующее число. ▪ Четыре, три, два, ... ▪ Десять, восемь, шесть, ... ▪ Один, три, пять, ...	 1 4 7
Снова послушайте внимательно, как я буду считать, и запишите то число, которое я пропущу: ▪ Десять, девять, восемь, семь, пять, четыре, три, два, один, ноль.	6
Самопроверка по ответам на экране: 5 6 9  8 5 1 4 7 6	Ставят зеленой ручкой галочку под каждым верным ответом. Если ответ неверен, зачеркивают его и сверху пишут верный.
Самокоррекция	Поясняют верные ответы к заданиям, ответы на которые были неверными.
Самооценка	Пишут на полях знак: + все ответы были верными; ! были ошибки, но теперь мне все понятно; ? еще есть вопросы.
Дополнительные задания: ▪ Сколько получилось ответов? ▪ Кто знает, за каким числом следует число 11? ▪ А какое число следует за числом 11? ▪ Сколько из полученных ответов - геометрические фигуры? Какие это фигуры? ▪ Сколько из полученных ответов - числа? Все ли эти числа различные?	 11 10 12 2, треугольник и круг. 9 чисел. Числа 5 и 6 повторяются.

▪ Кто хочет выложить на доске карточки с этими числами, не повторяя их? ▪ Прочитайте эти числа в порядке возрастания. ▪ А теперь - в порядке убывания. ▪ К доске выйдут Аня и Петя и разложат карточки в два столбца. Аня выбирает чётные числа, Петя выбирает нечётные числа	 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 9, 8, 7, 6, 5, 4, 1. Аня: 4, 6, 8 Петя: 1, 5, 7, 9.

Групповые проекты

1. Проведите дидактическое симулирование проверки работ первоклассников по написанию цифр на листе тетради в клетку:
   а) выполните образцы работы учителя с целью поддержки в написании цифр – по одному ряду для каждой цифры;
   б) в продолжение каждого ряда просимулируйте работу учащегося, выполняя как правильное написание, так и допуская все возможные ошибки.
   в) затем, выполните проверку способом «зеленой ручки».
2. Разработайте по учебнику для 1-го класса дидактический проект фрагмента урока:
   а) по раскрытию количественного аспекта числа 3;
   б) по раскрытию порядкового аспекта числа 8;
   в) по исследованию состава числа 6.

   Проведите дидактическое симулирование этого фрагмента с коллегами по группе, взяв на себя роль учителя.
3. Разработайте фрагмент долгосрочного дидактического проекта для уроков по изучению нумерации чисел: а) от 1 до 5; б) от 6 до 10.

е-Конкурс

Проведите в электронном ресурсе курса конкурс на самую интересную дидактическую игру для учебной единицы «Числа 0-10» в первом классе. К конкурсу допускаются описания игр из специальной литературы и интернета (со ссылками), возможно с выполненными самостоятельно модификациями, а также игры, созданные самостоятельно.

3. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В ПРЕДЕЛАХ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

3.1. Краткие теоретические основы

Для определения действия сложения применяется теоретико-множественный подход, который раскрывает конкретный смысл сложения в связи с объединением непересекающихся конечных множеств.

Определение: Суммой натуральных чисел a и b называется число элементов в объединении непересекающихся множеств A и B, таких, что a = card A; b = card B. Складываемые числа называют слагаемыми, а результат сложения - суммой. Суммой чисел также называют запись, составленную из этих чисел, соединенных знаком плюс.

Сложение натуральных чисел обладает следующими свойствами.

- *Свойство коммутативности* (переместительный закон сложения). От перемены мест слагаемых, сумма не меняется: $a + b = b + a$.
- *Свойство ассоциативности* (сочетательный закон сложения). При любом сочетании слагаемых, сумма неизменна: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- *Свойство монотонности*. Из того, что $a > b$ либо $a = b$, либо $a < b$ следует, соответственно: $a + c > b + c$ либо $a + c = b + c$, либо $a + c < b + c$;
- *Существование нейтрального элемента.* Нуль является нейтральным элементом для сложения, т.е. сложение с нулем не меняет число: $0 + a = a + 0 = a$.

Для определения вычитания натуральных чисел существуют два подхода.

- При *аксиоматическом подходе* вычитание определяется как операция, обратная сложению.

Определение: Разностью натуральных чисел a и b называется такое натуральное число c, что $a = c + b$. Разностью чисел a и b также называют запись $a - b$. Число a называют уменьшаемым, число b – вычитаемым.

- *Теоретико-множественный подход* раскрывает конкретный смысл вычитания в связи с операцией дополнения собственного подмножества до целого конечного множества.

Определение: Разностью натуральных чисел a и b называется число элементов в дополнении подмножества B до целого множества A, таких, что: $A \supset B$; a = card A; b = card B; $a \geq b$.

Вычитание натуральных чисел обладает следующими свойствами:

- Разность натуральных чисел a и b существует, если $a \geq b$, и она единственна;
- Нуль является нейтральным элементом для вычитания, т.е. вычитание нуля не меняет числа: $a - 0 = a$;
- Правило вычитания числа из суммы:
  - при $a \geq c$ имеем $(a + b) - c = (a - c) + b$;
  - при $b \geq c$ имеем $(a + b) - c = a + (b - c)$;
  - при $a \geq c$ и $b \geq c$ можно использовать любую из данных формул.
- Правило вычитания суммы из числа:

  при условии, что $a \geq b + c$, имеем $a - (b + c) = (a - b) - c$;

- Правило вычитания разности из числа:

  при $a > b$, имеем $a - (b - c) = (a + c) - b = (a - b) + c$;
- Правило вычитания числа из разности:

  при $a > b$, имеем $(a - b) - c = a - (b + c)$.

Хотите больше знать?

- ✓ Знаки сложения и вычитания в их современном виде впервые появились в книге Яна Видмана «Быстрый и красивый счет для всего купечества» (Лейпциг, 1489). Предполагают, что знак «+» возник из латинского *et* (и) из-за сходства с буквой *t*. Возможно, что знак «–» обозначал у купцов вычеркивание, убыль.
- ✓ Первый в мире учебник арифметических задач был составлен армянским ученым, математиком V-VI вв. Давидом Непобедимым (Давид Анахт). Экземпляр этого задачника хранится в Ереванском матенадаране (хранилище древних рукописей).
- ✓ Первым в Молдове учебником арифметики считается «Elementi arithmetice arătate fireşti», написанная эпископом Amfilohie Hotiniul в 1784 г. по образцу итальянского автора Alessandro Conti и напечатанная в 1795 г. Amfilohie Hotiniul вошел в историю, как радетель за замещение греческого языка в школах на румынский.
- ✓ Автором первого румынского учебника по арифметике, *Elemente de matematică, partea I, Aritmetică* (1836), был Gheorghe Asachi (1788-1869) – молдавский писатель, поэт, художник, историк, драматург и переводчик; один из влиятельнейших людей своего поколения в Молдавии и Румынии; способствовал развитию национального театра, изобразительного искусства, внес большой вклад в развитие педагогической мысли, создал ряд школ и культурно-просветительских учреждений.
- ✓ Первая в России учебная книга по математике «Арифметика сиречь наука числительная. С разных диалектов на славянский язык переведенная, и во едино собрана, и на две книги разделена», автором которой являлся Леонтий Магницкий, была издана в 1703 году, огромным для тех лет тиражом в 2400 экземпляров. В этом учебнике, как и во всех учебниках того времени, рассматриваются пять действий: нумерация, сложение, вычитание, умножение и деление. Строго и последовательно проведена одна форма изложения: каждое новое правило начинается с простого примера, потом идет общая формулировка, которая закрепляется большим количеством примеров и задач; каждое действие сопровождается правилом проверки («поверением»). Надо отметить, что «Арифметика» Магницкого оказала несомненное влияние на учебники арифметики XVIII столетия.
- ✓ Задумайтесь над определением, приведенным Магницким в учебнике: «Арифметика, или числительница, есть художество честное, независтное и всем удобопонятное, многополезнейшее, и многохвальнейшее, от древнейших же и новейших, в разная времена живщихся изряднейших арифметиков, изобретенное, и изложенное».

3.2. Введение действия сложения

Существуют различные методические подходы к порядку введения понятия о сложении натуральных чисел:

- после изучения всех чисел первого десятка;

- после изучения отрезка натурального ряда, например после изучения чисел до 3 или до 5.

В действующем учебнике 1-го класса выбран первый подход, так как к окончанию изучения чисел первого десятка учащиеся накопили весь багаж знаний, умений и навыков, необходимых для формирования понятия о сложении:

- усвоили первичное понятие о натуральном числе,
- научились сравнивать и упорядочивать числа первого десятка;
- осознанно усвоили состав чисел до десяти.

Три вида проблемных ситуаций, позволяющих раскрыть конкретный смысл сложения

Конкретный смысл сложения как объединения двух непересекающихся конечных множеств раскрывается в контексте разнообразной деятельности с предметными множествами (совокупностями, группами предметов). В связи с этим, до введения действия сложения, первоклассник должен быть способен:

- понимать (т.е. правильно представлять) предлагаемые проблемные ситуации со слов учителя или рассматривая картинки;
- моделировать эти ситуации на предметных множествах и на схематических рисунках;
- уметь показывать (руками, на предметах, на рисунках) как процесс, так и результат предметного действия, а затем характеризовать их словесно.

Выделяют **три вида проблемных ситуаций**, в ходе работы над которыми раскрывается конкретный смысл действия сложения. В результате работы над этими проблемными ситуациями у детей формируется представление о сложении, как о действии, которое связано с увеличением количества предметов.

1. ***Составление одного предметного множества из двух данных***

Например: «В корзинке 3 яблока и 2 груши. Как узнать, сколько их вместе?»

Проблемные ситуации этого вида предваряют простые задачи на нахождение суммы и представляют собой статические ситуации (т.е. неизменные во времени и(или) пространстве). В этих случаях операция объединения множеств определяется словами *и / и еще / да еще*, а результат объединения – с помощью слов *всего, вместе*.

2. ***Увеличение данного предметного множества на несколько предметов***

Например: «Во дворе играли трое ребят. Подошли еще двое. Как узнать, сколько всего теперь ребят во дворе?»

Проблемные ситуации этого вида также предваряют простые задачи на нахождение суммы, но представляют собой динамические ситуации (т.е. изменяющиеся во времени и(или) пространстве). В этих случаях операция объединения множеств определяется с помощью глаголов действия (например, «принес еще», «взял еще», «вошли», «пришли» «прилетели» и т. п.), а результат объединения – словами *всего стало / всего теперь*.

3. ***Увеличение на несколько предметов множества равносильного данному.***

Например: «У Маши 3 ореха. У Вани на 2 ореха больше. Как узнать, сколько орехов у Вани?»

Проблемные ситуации этого вида предваряют простые задачи на увеличение числа на несколько единиц и представляют собой статические ситуации. В процессе решения подобных проблемных

ситуаций обеспечивается понимание смысла выражений *на несколько единиц больше / увеличить на несколько единиц*, с опорой на построение совокупности, равночисленной данной («столько же»), и ее увеличением на несколько предметов («и еще»).

В процессе решения всех трех видов проблемных ситуаций необходимо интегрировать модели всех уровней: предметные, графические, символические, вербальные.

Предметные модели предполагают действия с реальными предметами. Целью, при этом, является раскрытие конкретного смысла сложения, который заключается в объединении конечных непересекающихся множеств.

Основными формами организации класса в ходе предметного моделирования являются:

- фронтально-индивидуальная (учитель работает с демонстрационными материалами на доске, учащиеся работают с раздаточным материалом на партах);
- индивидуальная или в парах (учащиеся работают с раздаточным материалом на партах, под руководством учителя).

Важно подготовить качественный, разнообразный раздаточный материал, с учетом интересов и жизненного опыта первоклассников.

Графические модели предусматривают замену предметных множеств числовыми фигурами (например, яблоки изображают кругами, машины – квадратами и т.д.). Предметные действия переводятся в графические: обведение, закрашивание и др.

Основные формы работы на этом этапе – фронтально-индивидуальная и индивидуальная. Учащиеся выполняют схематические рисунки в тетрадях, на раздаточных карточках, на доске.

Символические модели предусматривают запись действия с помощью цифр и знаков (+ , =). При этом элементы естественного языка переводятся на математический язык, включающий символы (цифры и знаки), их семантику (смысл) и синтаксис (правила использования в записи примеров). Так, первоклассники понимают смысл знака «+» как «и еще/да еще», а смысл знака «=», как «получилось в результате/ответе».

Вербальные модели требуют чтения действия с помощью математической терминологии (названий компонентов и результата действия – слагаемые и сумма), а также некоторых элементов естественного языка, которые приращивают математические смыслы в связи с действием сложения (слова «добавить», «прибавить», «всего», «вместе»; выражения «на несколько единиц. больше», «увеличить на несколько единиц»).

Работа по сюжетным картинкам

В работе над проблемными ситуациями, раскрывающими конкретный смысл сложения, особенно эффективно использование сюжетных картинок. Работа по сюжетным картинкам позволяет также обеспечить пропедевтику введения простых задач, в случае сложения – это простые задачи на нахождение суммы и на увеличение числа на несколько единиц.

Решение проблемных ситуаций по сюжетным картинкам проводится под руководством учителя:

1. На основе чтения картинки устно составляется текст задачи, состоящий из условия задачи (из условия задачи узнаем, что известно) и ее вопроса (из вопроса задачи узнаем, что требуется найти / узнать / вычислить);

2. Выполняется устное комментированное решение по картинке. По необходимости, решение можно смоделировать с помощью раздаточных материалов (предметная модель) и/или подходящего рисунка (графическая модель);
3. Записывается решение арифметическим действием (символическая модель);
4. Зачитывается действие, используя математическую терминологию (вербальная модель);
5. Повторяется вопрос задачи и устно формулируется полный ответ.

Приведем примеры работы по сюжетным картинкам для раскрытия конкретного смысла сложения.

Пример 1. Проблемная ситуация на составление одного предметного множества из двух данных (рис. 3.1).

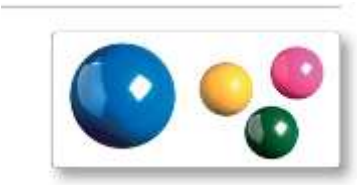


Рисунок 3.1 – Сюжетная картинка; проблемная ситуация на составление одного предметного множества из двух данных [2, с. 37, № 5 б]

- *Чтение картинки.* На картинке один большой мяч и три маленьких (условие задачи). Сколько всего мячей на картинке? (вопрос задачи).
- *Устное комментированное решение.* Что нужно сделать, чтобы найти, сколько всего мячей? (Пересчитать все мячи.) Считаем хором, показывая пальчиком каждый мяч на картинке. Сколько получилось? (Четыре.) Как получили четыре? (Один и еще три.)
- *Символическая модель.* Как запишем это примером? (1 + 3 = 4). Что означает знак «плюс»? (И еще.)
- *Вербальные модели:* один плюс три равно четырем; к единице прибавили три и получили четыре; сложили числа один и три и получили четыре; сумма чисел один и три равна четырем; первое слагаемое – один, второе слагаемое – три, сумма – четыре.
- *Устная формулировка ответа.* Чтобы получить ответ, вспомним вопрос задачи. (Сколько всего мячей на картинке?) Дайте полный ответ. (На картинке всего четыре мяча.)

Пример 2. Проблемная ситуация на увеличение данного предметного множества на несколько предметов (рис. 3.2).



Рисунок 3.2 – Сюжетная картинка; проблемная ситуация на увеличение данного предметного множества на несколько предметов [2, с. 37, № 5 а]

- *Чтение картинки.* Было 3 кубика. Утенок принес еще один кубик (условие задачи). Сколько всего кубиков стало? (вопрос задачи).

- *Устное комментированное решение.* Что нужно сделать, чтобы найти, сколько всего кубиков стало? (Пересчитать все кубики.) Пересчитайте, показывая пальчиком каждый кубик на картинке. Сколько получилось? (Четыре.) Как получили четыре? (Три и еще один.)
- *Символическая модель.* Как запишем это примером? (3 + 1 = 4). Что означает знак «плюс»? (И еще.)
- *Вербальные модели:* три плюс один равно четырем; к трем прибавили один и получили четыре; сложили числа три и один и получили четыре; увеличили число три на единицу и получили число четыре; сумма чисел три и один равна четырем; первое слагаемое – три, второе слагаемое – один, сумма – четыре.
- *Устная формулировка ответа.* Чтобы получить ответ, вспомним вопрос задачи. (Сколько всего кубиков стало?) Дайте полный ответ. (Всего стало четыре кубика.)

Пример 3. Проблемная ситуация, раскрывающая смысл выражений «увеличить на несколько единиц», «на несколько единиц больше» (рис. 3.3).

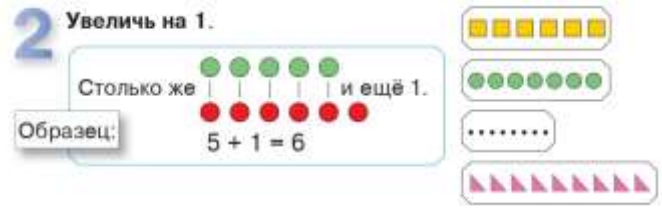


Рисунок 3.3 – Проблемные ситуации, раскрывающие смысл выражений «увеличить на несколько единиц», «на несколько единиц больше» [2, с. 37, № 2 а]

Поясним ход работы по предметному моделированию решения ситуации с желтыми квадратами: один учащийся работает на магнитной доске, остальные – на партах и в тетрадях.

- Выложим столько же квадратов, сколько на картинке. Сколько квадратов выложим? (6).
- Нужно увеличить их количество на один. Что значит «увеличить на один, на единицу»? (Столько же и еще один.)
- Так и выкладываем ниже: сначала столько же квадратов, затем еще один.
- Сколько получилось? (Семь.)
- Повторим, как получили семь. (Шесть и еще один, получили семь.)
- Как записать это примером? (6 + 1 = 7.) Что означает знак «плюс»? (И еще.) Что означает знак «равно»? (Получилось в ответе.)
- Как еще можно сказать «увеличить на единицу» – «найти число, на единицу…» (… больше.)

3.3. Введение действия вычитания

Понятие о вычитании натуральных чисел вводится параллельно с понятием о сложении. Задания на вычитание должны чередоваться с заданиями на сложение, а учителю необходимо обращать особое внимание на обоснование выбора действия. Другими словами, особенно важным является соблюдение принципов непрерывного повторения, противопоставления и дидактического контрпримера.

Три вида проблемных ситуаций, позволяющих раскрыть конкретный смысл вычитания

Выделяют **три вида проблемных ситуаций**, в ходе работы над которыми раскрывается конкретный смысл действия вычитания как дополнения подмножества до целого множества. В результате работы над этими проблемными ситуациями у детей формируется представление о вычитании, как о действии, которое связано с уменьшением количества предметов.

1. ***Уменьшение данного предметного множества на несколько предметов***

Например: «В корзинке было 5 яблок. Ваня взял 2 яблока. Как узнать, сколько яблок осталось в корзинке?»

Проблемные ситуации этого вида предваряют простые задачи на нахождение остатка и представляют собой динамические ситуации (т.е. изменяющиеся во времени и(или) пространстве). В этих случаях отделяемое подмножество определяется с помощью глаголов действия (например, «ушли», «съел», «взял» и т.д.), а его дополнение до целого множества – с помощью слова «осталось».

2. ***Уменьшение на несколько предметов множества равносильного данному***

Например: «У Маши 3 ореха. У Вани на 2 ореха больше. Как узнать, сколько орехов у Вани?»

Проблемные ситуации этого вида предваряют простые задачи на уменьшение числа на несколько единиц и представляют собой статические ситуации. В процессе решения подобных проблемных ситуаций обеспечивается понимание смысла выражений *на несколько единиц меньше / уменьшить на несколько единиц*, с опорой на построение совокупности, равночисленной данной («столько же»), и ее увеличением на несколько предметов («и еще»).

3. ***Сравнение двух предметных множеств***

Например: «У белочки 3 больших гриба и 5 маленьких. Как узнать каких грибов больше, каких меньше и на сколько?»

Проблемные ситуации этого вида предваряют простые задачи на разностное сравнение и представляют собой статические ситуации. В процессе решения подобных проблемных ситуаций у первоклассников формируется представление о разностном сравнении, которое можно обобщить в виде правила: «Чтобы узнать на сколько одно число больше (или меньше) другого, нужно из большего числа вычесть меньшее».

В процессе решения всех трех видов проблемных ситуаций необходимо интегрировать модели всех уровней: предметные, графические, символические, вербальные.

Предметные модели предполагают действия с реальными предметами. Целью, при этом, является раскрытие конкретного смысла вычитания, который связан с дополнением подмножества до целого множества.

Основными формами организации класса в ходе предметного моделирования являются:

- фронтально-индивидуальная (учитель работает с демонстрационными материалами на доске, учащиеся работают с раздаточным материалом на партах);
- индивидуальная или в парах (учащиеся работают с раздаточным материалом на партах, под руководством учителя).

Важно подготовить качественный, разнообразный раздаточный материал, с учетом интересов и жизненного опыта первоклассников.

Графические модели предусматривают замену предметных множеств числовыми фигурами (например, яблоки изображают кругами, машины – квадратами и т.д.). Предметные действия переводятся в графические: зачеркивание, обведение и др.

Основные формы работы на этом этапе – фронтально-индивидуальная и индивидуальная. Учащиеся выполняют схематические рисунки в тетрадях, на раздаточных карточках, на доске.

Символические модели предусматривают запись действия с помощью цифр и знаков (– , =). При этом первоклассники понимают смысл знака «–» как «без».

Вербальные модели требуют чтения действия с помощью математической терминологии (названий компонентов и результата действия – уменьшаемое, вычитаемое, разность / остаток), а также некоторых элементов естественного языка, которые приращивают математические смыслы в связи с действием вычитания (слова «отнять», «убавить»; выражения «на несколько единиц. меньше», «уменьшить на несколько единиц»).

Примеры работы по сюжетным картинкам для раскрытия конкретного смысла вычитания

Пример 1. Проблемная ситуация на уменьшение данного предметного множества на несколько предметов (рис. 3.4).

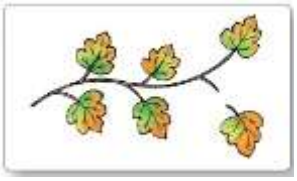


Рисунок 3.4 – Сюжетная картинка; проблемная ситуация на уменьшение данного предметного множества на несколько предметов [2, с. 39, № 5 б]

- *Чтение картинки.* На ветке было шесть листьев. Подул ветер, и один лист слетел (условие задачи). Сколько листьев осталось на ветке? (вопрос задачи).
- *Устное комментированное решение.* Считаем хором оставшиеся листья, показывая пальчиком каждый лист на картинке. Сколько получилось? (Пять.) Как получили пять? (Шесть без одного.)
- *Символическая модель.* Как запишем это примером? (6 – 1 = 5.) Что означает знак «минус»? (Без.)
- *Вербальные модели:* шесть минус один равно пяти; из шести вычли единицу и получили пять; от шести отняли единицу и получили пять; уменьшили число шесть на единицу и получили число пять; разность чисел шесть и один равна пяти; уменьшаемое – шесть, вычитаемое – один, разность/остаток – пять и т.д.
- *Устная формулировка ответа.* Чтобы получить ответ, вспомним вопрос задачи. (Сколько листьев осталось на ветке?) Дайте полный ответ. (На ветке осталось пять листьев.)

Пример 2. Проблемная ситуация, раскрывающая смысл выражения «уменьшить на несколько единиц» (рис. 3.5)



Рисунок 3.5 – Проблемные ситуации, раскрывающие
смысл выражения «уменьшить на несколько единиц» [2, с. 39, № 2 а]

Поясним ход работы по графическому моделированию решения ситуации с желтыми квадратами: учитель работает на доске, учащиеся – в тетрадях.

- Вместо квадратов будем ставить точки – ручкой. Поставим посередине клеточек столько же точек, сколько квадратов на картинке. Сколько точек поставим? (7).
- Нужно уменьшить их количество на единицу. Что значит «уменьшить на один, на единицу»? (Столько же без одной.)
- Так и поступим ниже: сначала столько же точек, затем одну зачеркнем простым карандашом.
- Сколько получилось? (Шесть.)
- Как записать это примером? (7 – 1 = 6.) Что означает знак «минус»? (Без.) Что означает знак «равно»? (Получилось в ответе.)
- Как еще можно сказать «уменьшить на единицу» – «найти число, на единицу…» (… меньше.)

Пример 3. Проблемная ситуация на сравнение двух предметных множеств (рис. 3.6)



Рисунок 3.6 – Сюжетные картинки; проблемные ситуации на сравнение двух предметных множеств [2, с. 60, № 3]

- *Чтение картинки.* На картинке две груши вверху и пять груш внизу (условие задачи). Где больше груш, а где меньше и на сколько? (вопрос задачи).
- *Устное комментированное решение*
  - Как удобно расположены груши на картинке – парами! Это поможет нам легко найти ответы на вопросы.
  - Посмотрите внимательно на картинку и скажите, где больше груш – вверху или внизу? (Внизу.)
  - Верно! Вверху две груши, а внизу столько же и еще… (… три.)
  - Значит, на сколько внизу больше груш, чем вверху? (На три.)
  - А на сколько меньше груш вверху, чем внизу? (Тоже на три.)
  - Как интересно! На сколько больше внизу, на столько же меньше вверху – на три.
  - Каким действием мы это узнали? (От пяти груш отняли две.)

- Верно! Посмотрите, как я покажу это на экране. От пяти груш внизу, где больше, отняли две груши – столько же, сколько вверху, где меньше, и получили три. То есть, от большего числа отняли меньшее.
- *Символическая модель.* Как это запишем примером? (5 – 3 = 2.)
- *Вербальная модель.* Повторим правило: чтобы узнать на сколько одно число больше или меньше другого, нужно от большего числа отнять меньшее.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Проведите сравнительный анализ методики введения действий сложения и вычитания.
2. Предположите возможные трудности первоклассников при формировании понятия о вычитании и предложите способы их предотвращения.
3. Разработайте фрагмент дидактического проекта урока по парным сюжетным картинкам в учебнике для 1-го класса:
   а) на странице 36; б) на странице 38.
4. Проведите с коллегами по группе дидактическое симулирование работы по сюжетной картинке в учебнике для 1-го класса, взяв на себя роль учителя.
   а) № 5, с. 46; б) № 5, с. 47; в) № 3 а, с. 48; г) № 3 в, с. 60 .

е-Конкурс

Проведите в электронном ресурсе курса конкурс на лучшую сюжетную картинку для раскрытия смысла сложения / вычитания. К конкурсу допускаются работы, выполненные самостоятельно, с использованием техник визуальных искусств, усвоенных в рамках пройденных университетских дисциплин.

3.4. Табличные случаи сложения и вычитания в пределах первого десятка

Изучение табличных случаев сложения и вычитания в пределах первого десятка проводится по следующим этапам:

Этап	Учебное содержание	Основы
Подготови-тельный этап	Принцип образования чисел натурального ряда Составление и разложение чисел первого десятка Конкретный смысл сложения и вычитания	Нумерация натуральных чисел первого десятка Введение действий сложения и вычитания
1-й этап	Табличные случаи сложения и вычитания единицы ($n \pm 1$)	Принцип образования чисел натурального ряда Конкретный смысл сложения и вычитания
2-й этап	Табличные случаи сложения и вычитания с числами 2, 3, 4, 5 ($n \pm 2$; $n \pm 3$; $n \pm 4$; $n \pm 5$)	Конкретный смысл сложения и вычитания Составление и разложение чисел первого десятка

		Табличные случаи n ± 1
3-й этап	Табличные случаи сложения с числами 6, 7, 8, 9 (*n* + 6; *n* + 7; *n* + 8; *n* + 9)	Переместительное свойство сложения Табличные случаи *n* + 2; n + 3; *n* + 4; *n* + 5
4-й этап	Табличные случаи вычитания чисел 6, 7, 8, 9 (*n* – 6; *n* – 7; *n* – 8; *n* – 9) Сложение и вычитание нуля (n ± 0)	Связь между сложением и вычитанием Табличные случаи *n* + 6; *n* + 7; *n* + 8; *n* + 9
Интегрирующий этап	Последовательные действия сложения и вычитания	Сочетательное свойство сложения Табличные случаи сложения и вычитания в пределах первого десятка

Подготовительный этап

Этот этап разворачивается в процессе:

- изучения нумерации натуральных чисел первого десятка;
- введения действий сложения и вычитания.

Одним из значимых когнитивных приобретений первоклассников при изучении нумерации чисел первого десятка является осознание основанного на аксиомах Пеано **принципа образования натурального ряда чисел** путем присчитывания / отсчитывания единицы:

- если к числу присчитать единицу, то получим последующее число (то число, которое при счете называют сразу после данного числа);
- если от числа, отличного от нуля, отсчитать единицу, то получим предшествующее число (то число, которое при счете называют перед данным числом).

По сути, применение этого принципа при образовании ряда чисел первого десятка задействует на интуитивном уровне ознакомление с табличными случаями сложения и вычитания единицы.

Другим важнейшим когнитивным приобретением первоклассников при изучении чисел первого десятка является **осознанное запоминание состава чисел до десяти**, которое опирается на первичное, интуитивное представление о конкретном смысле действия сложения. Умения и навыки составлять и раскладывать числа первого десятка, поясняя с помощью слов «и еще/да еще», закладывают основу для изучения всех табличных случаев сложения и вычитания в пределах десяти.

Далее, при введении действий сложения и вычитания первоклассники осознают на интуитивном уровне конкретный смысл каждого из этих арифметических действий и ассоциируют сложение с увеличением, а вычитание – с уменьшением числа. Также, на этом этапе ранее усвоенный принцип образования натурального ряда чисел переводится на символический уровень: связь между соседними числами выражается с помощью сложения и вычитания единицы.

1-й этап

Первый урок в ходе изучения табличных случаев сложения и вычитания в пределах десяти предназначен для обобщения знаний, умений и навыков учащихся по сложению и вычитанию единицы (случаи *n* ± 1), сформированных на подготовительном этапе. К данному уроку, вычислительные навыки учащихся по сложению и вычитанию единицы уже должны быть полноценными, т.е. обладать

следующими свойствами: правильностью; осознанностью; рациональностью; обобщенностью: автоматизмом; прочностью.

2-й этап

Случаи $n \pm 2$, $n \pm 3$, $n \pm 4$, $n \pm 5$ раскрываются с опорой на конкретный смысл действия. Структура данных уроков аналогична, опирается на активизацию учащихся в контексте целесообразного интегрирования всех видов моделей нового знания: предметных, графических, символических и вербальных.

Пример 1. Построение таблицы сложения с числом 2 [2, с. 42]

- *Актуализация знаний. Работа по сюжетной картинке*

В пляс пустились мышата: 3 мышонка и 2 мышки.

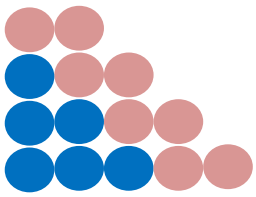
Три синих кружка – это 3 мышонка (в синих штанишках), первое слагаемое. Два розовых кружка – это 2 мышки (в розовых платьицах), второе слагаемое. Общее количество мышат – это сумма 3 + 2. Чтобы найти эту сумму, пересчитаем все круги: всего 5 кружков, всего 5 мышат.

Обращаем внимание на то, что суммой называем как результат действия сложения, так и запись 3 + 2.

- *Построение предметных и символических моделей* (случаи $n + 2$)

Порядово строятся:

Предметные модели



Символические модели

0 + 2 = 2

1 + 2 = 3

2 + 2 = 4

3 + 2 = 4 и т.д.

Предметные модели строятся на доске. Рекомендуется привлекать учащихся для построения предметных моделей, начиная, например, со случая 5 + 2.

Составление примеров направляется вопросами: «Сколько синих кружков? Сколько розовых? Сколько всего кружков?»

- *Использование переместительного закона сложения* (случаи $2 + n$)

После построения столбика всех случаев $n + 2$, уточняем порядок счёта кружков: слева направо, затем предлагаем детям посчитать кружки справа налево и записать соответствующие примеры. Нужно подвести детей к осознанию того, что при этом результаты остаются неизменными. Таким образом, получаем ещё один столбик примеров:

2 + 0 = 2

2 + 1 = 3

2 + 2 = 4 и т.д.

Пример 2. Построение таблицы вычитания с числом 3 [2, с. 47]

- *Актуализация знаний. Работа по сюжетной картинке*

У Зайки было 7 морковок. Она дала Зайчонку 3 морковки. Сколько осталось морковок у Зайки? 7 кружков – это 7 морковок, которые были у Зайки - уменьшаемое. 3 перечеркнутых кружка – это 3

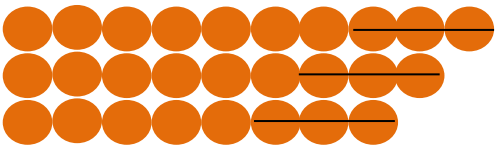
морковки, которые она дала Зайчонку - вычитаемое. Оставшиеся незачеркнутыми 4 кружка – это оставшиеся у Зайки 4 морковки – разность 7 - 3.

Обращаем внимание на то, что разностью называем как результат действия вычитания, так и запись 7 - 3.

- *Построение предметных и символических моделей*

Порядово строятся:

Предметные модели



Символические модели

10 - 3 = 7

9 - 3 = 6

8 - 3 = 5

Предметные модели строятся на доске. Рекомендуется привлекать учащихся для построения предметных моделей, начиная, например, со случая 7 - 3.

Составление примеров направляется вопросами: «Сколько выложено кружков? Сколько кружков убираем? Сколько кружков осталось?»

3-й этап

Раскрытие **переместительного закона сложения** проводится постепенно, на серии уроков посвященных случаям + 1, + 2, + 3, + 4, + 5 (первый этап изучения таблицы сложения). К началу второго этапа (случаю +6), проводится обобщение в виде формулировки: «От перемены мест слагаемых сумма не меняется.»

Случаи сложения с числами 6, 7, 8, 9 раскрываются на основе переместительного свойства сложения. *Например*: 2 + 7 = 7 + 2 – получили ранее изученный случай (*n* + 2).

4-й этап

Случаи вычитания чисел 6, 7, 8, 9 раскрываются на основе состава чисел и связи сложения с вычитанием. Например: 10 – 8 = 2.



8 2

Поясняем: «Раскладываем число 10 (уменьшаемое) на удобные слагаемые: 8 и 2. Если убрать 8, останется 2.» Этот вычислительный прием вводится, как вспомогательный, на втором этапе – при изучении случаев вычитания чисел 4 и 5.

Случаи *n* ± 0 раскрываются с опорой на конкретный смысл действия, но требуют обобщений: сложение с нулем не меняет числа; вычитание нуля не меняет числа.

Интегрпрующий этап

В процессе работы над данным разделом учитель должен:

- обеспечить понимание учениками конкретного смысла каждого арифметического действия;
- научить их находить результаты действий при помощи вычислений;
- добиться сознательного и непроизвольного запоминания таблицы сложения и вычитания в пределах десяти; для этого рекомендуются следующие виды деятельности:

- предметное и беспредметное решение простейших примеров и задач;

- выполнение сложения и вычитания на линейке (не называя сантиметры);
- составление и решение примеров и задач по сюжетным картинкам или по схематическим рисункам;
- решение неявных уравнений: примеров на сложение, в котором одно из чисел заменено графическим символом (*, □, ? и т. д.);
- дидактические игры; индивидуальные и командные конкурсы.

Важным учебным содержанием на этом этапе является **раскрытие сочетательного закона сложения**, для чего рекомендуется проблематизация на всех уровнях (предметном, графическом, символическом, вербальном). Раскрытию этого свойства выделяется отдельный урок.

В 1 классе дается словесная формулировка сочетательного свойства сложения: «В каком порядке не сочетали бы слагаемые, сумма останется прежней.» В 3-4 классах используется буквенная запись: (a + b) + c = a + (b + c).

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Опишите построение таблицы сложения с числом 3 и таблицы вычитания с числом 2, аналогично описаниям выше.
2. Опишите по учебнику для 1-го класса построение таблицы сложения и вычитания: а) с числом 4; б) с числом 5; в) с числами от 6 до 9.
3. Выявите в учебнике для 1-го класса учебные содержания и соответствующие задания, раскрывающие связь между сложением и вычитанием.

Групповые задания

1. Проведите сравнительный анализ методики раскрытия переместительного и сочетательного законов сложения.
2. Составьте математический диктант для одного из уроков по изучению табличных случаев сложения и вычитания до 10. Проведите дидактическое симулирование.

е-Конкурс

Проведите в электронном ресурсе курса конкурс на самую интересную и верно спроектированную дидактическую игру для заучивания табличных случаев сложения и вычитания. К конкурсу допускаются описания игр из специальной литературы и интернета (со ссылками), возможно с выполненными самостоятельно модификациями, а также игры, созданные самостоятельно.

4. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ВТОРОГО ДЕСЯТКА И ДЕЙСТВИЙ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В КОНЦЕНТРЕ 0-20

4.1. Числа второго десятка

В основе как устной, так и письменной нумерации в пределах второго десятка лежит десятичная группировка единиц при счете.

Устная нумерация

Усвоение устной нумерации в пределах второго десятка основывается на раскрытии связи между десятичным составом числа и соответствующими числительными, с опорой на предметные действия с палочками, а затем и с другими предметами и их схематическими изображениями.

1 этап. Задания на образование чисел из одного десятка и нескольких единиц, в частности, из двух десятков.

Числа от 11 до 19 образуются из одного *пучка-десятка* и отдельных *палочек-единиц.* Учащиеся должны усвоить эти термины.

Единичные палочки накладываются на пучок-десяток, и предметные действия сопровождаются пояснениями: *один на десять, два на десять, три на десять* и т. д. При этом нет надобности считаться с тем, что слово палочка женского рода. (Правда, *две на десять* по звучанию ближе к числительному двенадцать, чем *два на десять.* Зато *одна на десять* не соответствует слову *одиннадцать.*) Учитель объясняет, что слово *десять* заменяют сокращённым *дцать.* Составляя разные числа из пучка-десятка и отдельных палочек, дети пользуются сначала полными словами, например *семь на десять,* а затем говорят коротко — *семнадцать.*

2 этап. Обратные задания - на разложение заданного числа на десятки и единицы.

Например: *Сколько десятков и сколько единиц в числе семнадцать?*

3 этап. Раскрытие связи между количественным и порядковым аспектами числа.

Для этого сопоставляются количественные значения соседних чисел и уточняется порядковое значения каждого из них, по аналогии с тем, как это практиковалось ранее на числах первого десятка.

Письменная нумерация

Письменная нумерация в пределах второго десятка связана с применением принципа поместного значения цифр в условиях десятичной группировки единиц при счёте. Чтобы сознательно пользоваться позиционным принципом, надо уметь раскладывать число на разрядные слагаемые, чему дети должны были научиться при знакомстве с устной нумерацией.

Позиционный принцип удобнее всего пояснить на ***абаке*** с двумя рядами карманов (рис. 4.1). В верхнем ряду слева — карман для пучков-десятков, а справа — для палочек единиц. Нижние карманы предусмотрены для карточек с соответствующими цифрами: цифры десятков и цифры единиц числа.

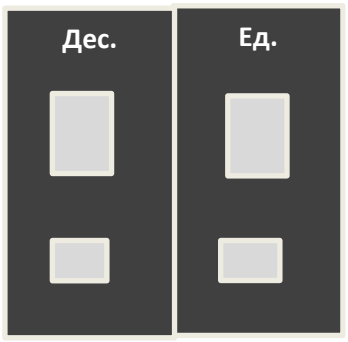


Рисунок 4.1 - Абак

Вначале учитель вкладывает палочки только в правый карман (8, 9, 10 палочек), соответственно меняя цифры, обозначающие их число. Набрав 10 палочек, объясняет детям, что под правым карманом есть место только для одной цифры. Но число 10 нельзя записать одной цифрой. Поэтому 10 палочек нельзя оставить в правом кармане. Придётся связать их в пучок-десяток и переложить в левый карман. Теперь под правым карманом, где ничего не осталось, ставим цифру 0, а под левым — цифру 1. Единица показывает, что число состоит из одного десятка, а нуль, — что в этом числе нет отдельных единиц. Так разъясняется запись числа 10 (первоначально, в концентре 0-10, она сообщалась без объяснений) и вводятся понятия однозначного числа и двузначного числа.

Аналогичным образом поясняется запись числа 20. Дойдя до 19 палочек (1 пучок-десяток и 9 единичных палочек) и добавляя ещё одну палочку в правый карман, учитель повторяет приведенное выше объяснение. Второй пучок-десяток переносится в левый карман, под которым теперь надо поставить цифру 2, а под пустым правым карманом — цифру 0.

Другими эффективными наглядными пособиями для изучения нумерации чисел второго десятка являются полоски, разделённые на квадратики (полоски-десятки одного цвета и единичные полоски других цветов), а также позиционные счёты.

Полезно проводить разнообразные дидактические ролевые игры, требующие обмена десяти предметов на один, обозначающий десяток, и наоборот. Например, игра в пункт обмена денег: а) 15 монет (картонных) по 1 бану меняем на 1 монету по десять банов и 5 монет по 1 бану; б) 1 купюру по 10 леев и 8 купюр по 1 лею меняем на 18 купюр (бумажных) по 1 лею.

Сравнение и упорядочивание чисел второго десятка производится по аналогии с первым десятком. Новым является случай сравнения двузначного и однозначного числа. Учащихся нужно подвести к выводу о том, что однозначное число всегда меньше двузначного числа, с помощью различных аргументов:

- при счёте двузначные числа следуют за однозначными;
- на числовой оси двузначные числа расположены после (правее) однозначных;
- двузначные числа содержат десяток, а однозначные числа меньше десяти.

Согласно принципу противопоставления, полезно предлагать блоки примеров на сравнение чисел первого и второго десятков. Например: *Поставь нужный знак сравнения:*

3 * 7	8 * 4
13 * 17	18 * 14
13 * 7	8 * 14
3 * 17	18 * 4

Изучение десятичного состава чисел второго десятка органически связано с **первыми случаями сложения и вычитания без перехода через десяток**:

Дес. + Ед. = Дес.Ед. (10 + 2 = 12) Дес.Ед. – Ед. = Дес. (12 – 2 = 10)

Ед. + Дес. = Дес.Ед. (2 + 10 = 12) Дес.Ед. – Дес. = Ед. (12 – 10 = 2)

Чтобы решить пример, в котором одно из данных чисел или искомое равно десяти, достаточно уметь образовывать число из десятка и нескольких единиц или же раскладывать данное число на разрядные слагаемые. Эти случаи не вызывают трудностей при изучении. Для выявления связи между сложением и вычитанием рекомендуется предлагать и составлять блоки по 4 примера исходя из десятичного состава числа. Например, число 15 состоит из 1 дес. и 5 ед. Исходя из этого, получаем:

$10 + 5 = 15 \longleftrightarrow 15 - 5 = 10$

$5 + 10 = 15 \longleftrightarrow 15 - 10 = 5$

От теории к практике

Дифференцировагные задания

1. Спроектируйте фрагмент урока по изучению чисел второго десятка с использованием:
   a) счётных палочек; б) абака; в) позиционных счётов.

   Представьте его коллегам, которые сыграют роль учеников класса.
2. Разработайте задания для изучения чисел второго десятка на основе:
   - принципа непрерывного повторения;
   - принципа противопоставления;
   - дидактического контрпримера.

Групповые задания

1. Проанализируйте в учебнике 1-го класса страницы, отведённые для изучения чисел второго десятка, и выявите соответствие куррикулумным предписаниям.
2. Опишите возможные трудности первоклассников в изучении нумерации чисел второго десятка и предложите способы их предотвращения.

4.2. Сложение и вычитание в концентре 0-20

Различаются два основных вида случаев сложения и вычитания в пределах двадцати: **без перехода через десяток и с переходом через десяток**[7].

Случаи с переходом через десяток требуют усвоения наизусть, так как закладывают основу всех дальнейших вычислительных приёмов. Тогда как запоминать результаты сложения и вычитания без перехода через десяток, а следовательно, и изучать каждый случай в отдельности нет необходимости. Поэтому вначале изучаются случаи без перехода через десяток (в 1 классе), а затем - случаи с переходом через десяток (во 2 классе).

[7] В некоторых источниках эти случаи называются табличным сложением и вычитанием с переходом через десяток.

Случаи сложения, когда в сумме получается 20, и случаи вычитания из 20 можно считать промежуточными между случаями первого и второго вида.

Сложение и вычитание без перехода через разряд в концентре 0-20

Динамика изучения сложения и вычитания без перехода через десяток, в концентре 0-20 (1 класс):

Этап	Случаи сложения	Случаи вычитания
1	• Дес.Ед. + Ед. = Дес.Ед. (12 + 3 = 15) • Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (3 + 12 = 15)	• Дес.Ед. - Ед. = Дес.Ед. (15 - 3 = 12) • Дес.Ед. - Дес.Ед. = Ед. (15 – 12 = 3)
2	• Дес.Ед. + Ед. = 20 (12 + 8 = 20) • Ед. + Дес.Ед. = 20 (8 + 12 = 20)	• 20 – Ед. = Дес.Ед. (20 – 8 = 12) • 20 – Дес.Ед. = Ед. (20 – 12 = 8)

1-й этап

- Чтобы пояснить сложение чисел 12 и 3, дети кладут перед собой слева пучок-десяток и 2 палочки, а справа 3 палочки. Выполняя сложение на палочках, они приходят к выводу, что 3 единицы следует прибавить к 2 единицам, затем останется образовать сумму из 1 десятка и 5 единиц.

Аналогично, в сопоставлении со сложением, поясняется соответствующий случай вычитания (15 – 3).

В дальнейшем эти случаи сложения и вычитания выполняются без помощи палочек, поясняя в устной форме: «Прибавляем (вычитаем) единицы между собой.» При этом полезно решать парные примеры, составленные по принципу противопоставления. Рассматриваемые случаи противопоставляются друг другу, а также табличным случаям сложения и вычитания:

17 + 2 2 + 3 8 - 2

17 – 2 12 + 3 18 – 2

- Решение примеров вида 3 + 12 основывается на переместительном свойстве сложения, которое применяется в новых условиях - в расширенном числовом концентре 0-20. Приём перестановки полезно пояснить на жизненном примере. Например: *У нас два больших неполных бидона с молоком. В одном бидоне 3 литра молока, а в другом — 12 литров. Нам нужно освободить один из этих бидонов. Как легче поступить: перелить 12 литров в первый бидон или 3 литра во второй?*

Иногда приходится не единожды переставлять числа, то есть использовать сочетательное свойство сложения. Например:

$$7 + 12 = 12 + 7 = 10 + (2 + 7) = 10 + (7 + 2) = 10 + 9.$$

Однако, подобные громоздкие рассуждения производятся первоклассниками в свёрнутом виде, без полного осознания использования сочетательного свойства сложения.

- При вычитании двузначных чисел (типа 15 – 13) следует раскладывать на разрядные слагаемые только вычитаемое, чтобы избежать поразрядного вычитания:

$$15 - 12 = (15 - 10) - 2 = 5 - 2 = 3$$



10 2

Выполняя действие на палочках, учащиеся приходят к выводу, что достаточно убрать десяток, а затем отнять 2 единицы от 5 единиц.

В дальнейшем этот случай вычитания выполняется без помощи палочек, поясняя в устной форме: «Вначале вычитаем десяток, затем вычитаем единицы между собой.» При этом полезно решать тройки примеров, составленных по принципу противопоставления. Рассматриваемый случай противопоставляется соответствующему табличному случаю вычитания, а также вычитанию типа Дес.Ед. – Ед.:

5 – 3	8 - 2
15 - 3	18 - 2
15 - 13	18 – 12

2-й этап

Чтобы пояснить случаи сложения, когда в сумме получается 20, и случаи вычитания из 20 числа, составленного из единиц, рекомендуется работать с палочками и с таблицей с двумя рядами по 10 карманов [4, с. 92]. Решение примеров вида 8 + 12 основывается на переместительном свойстве сложения.

- Выполняя сложение 12 + 8 на палочках, дети кладут перед собой слева пучок-десяток и 2 палочки, а справа 8 палочек. При пересчёте единичных палочек получается 10 палочек, которые перевязывают в пучок-десяток. Всего 2 пучка-десятка, то есть 20 палочек.

В дальнейшем эти случаи сложения выполняются без опоры на предметные действия, поясняя в устной форме: «Дополняем ещё один десяток, всего два десятка.» При этом полезно решать парные примеры, составленные по принципу противопоставления. Рассматриваемые случаи противопоставляются соответствующим табличным случаям сложения.

2 + 8	7 + 3	4 + 6	19 + 1
12 + 8	17 + 3	4 + 16	9 + 11

Аналогично, в сопоставлении со сложением, поясняются соответствующие случаи вычитания.

- Чтобы вычесть на палочках 20 – 3, дети кладут перед собой 2 пучка-десятка, развязывают один пучок и забирают 3 палочки. Остаётся 1 пучок-десяток и ещё 7 палочек, то есть 17 палочек.

В дальнейшем вычисление выполняется без опоры на предметные действия, поясняя в устной форме: «Вычитаем 3 единицы из одного десятка, остаётся ещё один десяток и 7 единиц.» При этом полезно решать парные примеры, составленные по принципу противопоставления. Рассматриваемые случаи противопоставляются соответствующим табличным случаям вычитания.

10 - 8	10 - 3
20 - 8	20 - 3

- Чтобы вычесть на палочках 20 – 13, дети кладут перед собой 2 пучка-десятка, забирают один пучок, развязывают второй пучок и забирают из него 3 палочки. Остаются 7 палочек.

В дальнейшем вычисление выполняется без опоры на предметные действия, поясняя устно: «Вначале вычитаем десяток, затем из оставшегося десятка вычитаем единицы.» При этом полезно решать тройки примеров, составленных по принципу противопоставления. Рассматриваемый случай противопоставляется соответствующему табличному случаю вычитания, а также случаю типа 20 – Ед.:

10 – 3 10 - 2

20 - 3 20 - 2

20 - 13 20 – 12

Сложение и вычитание с переходом через разряд в концентре 0-20

Табличные случаи сложения и вычитания в пределах двадцати имеют вид (2-ой класс):

Сложение	Вычитание
Ед. + Ед. = Дес.Ед.	Дес.Ед. - Ед. = Ед.
(7 + 5 = 12)	(12 - 5 = 7)

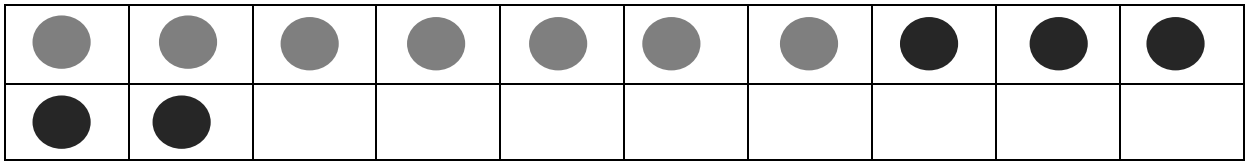
Случаи сложения в пределах 20 с переходом через десяток вычисляются ***приёмом дополнения до десятка.*** Этот приём предполагает разложение меньшего числа на удобные слагаемые, чтобы дополнить большее число до десятка, и применение сочетательного и переместительного свойств сложения.

- Вначале исследуются случаи, когда первое слагаемое больше второго, значит его легче дополнить до десятка.

$$7 + 5 = (7 + 3) + 2 = 10 + 2 = 12$$

3 2

Для наглядного представления приёма используется таблица с двумя рядами по 10 карманов и двухцветными картонными кружками [2, с. 16]. Расставляем 7 кружков одного цвета в первом ряду. Подмечаем, что не хватает трёх кружков до десятка. Дополняем первый ряд кружками второго цвета и расставляем оставшиеся 2 кружка во втором ряду. Составляем искомую сумму из наглядно представленных разрядных слагаемых: 1 десяток кружков в первом ряду и 2 единичных кружка во втором ряду.



- Далее рассматриваются случаи, когда первое слагаемое меньше второго, и, значит, второе слагаемое легче дополнить до десятка. При этом переместительное свойство сложения используется в новых условиях.

Вычисление выполняется без опоры на предметные действия, направляя вычисление с помощью вопросов: «Какое слагаемое легче дополнить до десятка? Сколько единиц не хватает до десятка? Сколько единиц останется?»

Для случаев вычитания в пределах 20, с переходом через десяток существуют 3 приёма вычисления.

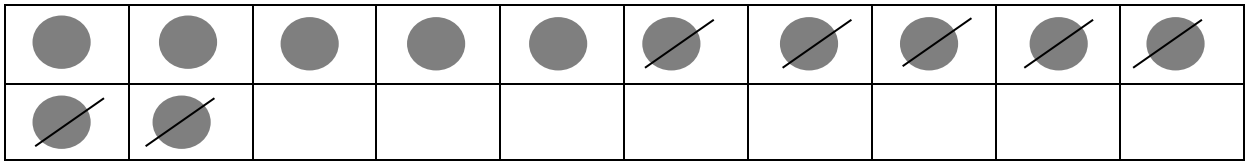
1) Приём разложения вычитаемого на удобные слагаемые – универсальный приём, предполагающий вычитание суммы из числа.

Раскладываем вычитаемое 7 на удобные слагаемые: 2 и 5. Производим последовательные действия: из 12 сначала вычитаем 2 и получаем один десяток, т.е. 10 единиц. Затем из 10 вычитаем ещё 5 и получаем в ответе 5.

$$12 - 7 = (12 - 2) - 5 = 10 - 5 = 5$$

2 5

Для наглядного представления приёма рекомендуется таблица с двумя рядами по 10 карманов и картонными кружками [2, с. 18]. Убираем кружки, начиная с конца (2 кружка из второго ряда, затем 5 кружков с конца первого ряда). Чтобы найти ответ, считаем оставшиеся в первом ряду кружки.



В дальнейшем вычисление выполняется без опоры на предметные действия, поясняя в устной форме: «Вычитаю по частям. Вначале вычитаю 2 единицы - до десятка, затем из вычитаю оставшиеся 5 единиц.» При этом полезно составлять блоки из 4 примеров, отражающих связь между сложением и вычитанием:

$5 + 7 = 12 \quad 12 - 7 = 5$

$7 + 5 = 12 \quad 12 - 5 = 7$

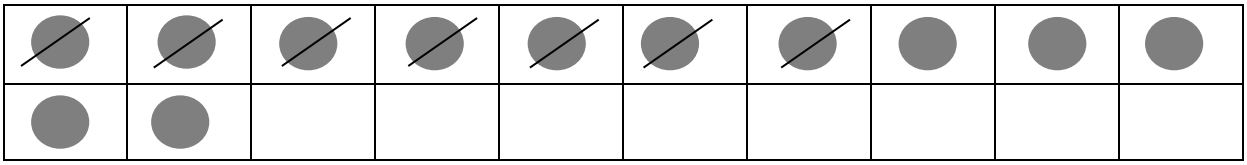
2) Приём разложения уменьшаемого на десятичные слагаемые предполагает вычитание числа из суммы.

Раскладываем уменьшаемое 12 на десятичные слагаемые: 10 и 2. От 10 отнимаем 7, получаем 3. Затем прибавляем оставшиеся 2 единицы. В ответе получаем число 5.

$$12 - 7 = (10 - 7) + 2 = 3 + 2 = 5$$

10 2

Для наглядного представления приёма рекомендуется та же таблица с двумя рядами по 10 карманов [6, с. 18]. В случае этого приёма убираем кружки, начиная с начала (7 кружков с начала первого ряда). Чтобы найти ответ, считаем оставшиеся кружки: 3 кружка в первом ряду и ещё 2 кружка во втором ряду, всего 5 кружков.



Следует заметить, что при использовании этого приёма часто появляется типичная ошибка: отняв вычитаемое от десяти, ребёнок оставляет без внимания свободные единицы уменьшаемого и получает неправильный ответ (например, в данном случае число 3 вместо числа 5). Трудность состоит ещё и в том, что нужно преодолеть инерцию действия: приходится после вычитания применять сложение. Лучше поэтому сначала придерживаться универсального приёма, а затем, в порядке сопоставления, раскрыть на одном и том же примере оба приёма. Заметим, что преодоление посильных трудностей имеет определённое воспитательное значение.

3) Приём разложения уменьшаемого на удобные слагаемые также использует вычитание числа из суммы.

Раскладываем уменьшаемое 12 на удобные слагаемые: 5 и 7. На основе связи сложения и вычитания, если от суммы 12 отнять слагаемое 8, останется слагаемое 4.

$$12 - 7 = (5 + 7) - 7 = 5$$

5 7

Для успешного применения этого приёма, необходимо твёрдое знание единичного состава чисел второго десятка.

Когда усвоены приёмы последовательного сложения и последовательного вычитания, **необходимо добиться устойчивого запоминания единичного состава чисел от 11 до 18**, с учётом переместительного свойства сложения:

11	12	13	14	15	16	17	18
9 + 2	9 + 3	9 + 4	9 + 5	9 + 6	9 + 7	9 + 8	9 + 9
8 + 3	8 + 4	8 + 5	8 + 6	8 + 7	8 + 8		
7 + 4	7 + 5	7 + 6	7 + 7				
6 + 5	6 + 6						

Особое внимание следует уделить суммам одинаковых слагаемых (6 + 6; 7 + 7; 8 + 8 и 9 + 9), которые запоминаются наиболее легко и прочно.

Запоминание достигается со временем, путём применения разнообразных дидактических игр, работы в печатных тетрадях, сопутствующих учебнику, математических диктантов и других целесообразных методических приёмов устного счёта.

Твёрдое знание случаев сложения с переходом через разряд обеспечит в дальнейшем умение складывать и вычитать любые многозначные числа.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Приведите аргументы в пользу необходимости вычислений на палочках при изучении сложения и вычитания в пределах 20 с переходом через разряд и без.
2. Приведите примеры средств обучения, полезных при изучении сложения и вычитания в пределах 20 с переходом через разряд и без.
3. Выявите основные трудности учащихся при изучении сложения и вычитания в пределах 20 с переходом через разряд.
4. Приведите примеры дидактических игр для закрепления навыков сложения и вычитания в пределах 20 с переходом через разряд. Представьте игру коллегам, которые сыграют роль учеников класса.
5. Составьте итоговый математический диктант по теме: а) «Сложение и вычитание в пределах 20 без перехода через разряд»; б) «Сложение и вычитание в пределах 20 с переходом через разряд».

5. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НУМЕРАЦИИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ПЕРВОЙ СОТНИ И ДЕЙСТВИЙ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В КОНЦЕНТРЕ 0-100

5.1. Числа первой сотни

В основе как устной, так и письменной нумерации в пределах 100 лежит **десятичная группировка единиц при счёте в условиях применения принципа поместного значения цифр** - свойство десятичной системы счисления, с которым дети впервые встретились при изучении второго десятка.

В первой сотне выделяют:

- числа, составленные из десятков (круглые десятки);
- числа, состоящие из десятков и единиц.

Круглые десятки

Первоклассники должны тренироваться в устном счёте до 100 по одному задолго до начала данной темы. Тогда, начиная изучение нумерации в пределах 100 со счёта десятками, они не сформируют себе ошибочные ассоциации о том, что между круглыми числами нет промежуточных, что эти числа непосредственно следуют одно за другим.

Большинство названий круглых десятков представляет собой сочетание известных детям названий однозначных чисел и сокращённых *дцать* или *десят* вместо *десяток* (двадцать, тридцать, пятьдесят и т. д.).

Для усвоения устной и письменной нумерации круглых десятков рекомендуется счёт пучками-десятками палочек и соответствующая работа на абаке.

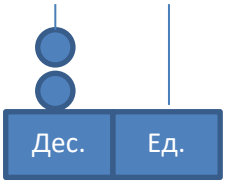
Однако, связывая палочки в десятки, ученик в конечном счёте видит только 10 пучков, но не видит натурального ряда, не видит, какое место занимает в этом ряду каждое круглое число. Поэтому, наряду с палочками, рекомендуется другое пособие - «лента ста», представляющая собой метр, разделенный на дециметры и сантиметры. Учащиеся считают на этой ленте сантиметры - по одному и десятками. Можно использовать рулетку или складной метр со звеньями в 10 см.

Полезно противопоставлять названия, записи и десятичные составы круглых десятков и уже известных детям чисел второго десятка. Например:

двадцать

20

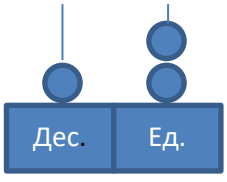
2 дес. *0 ед.*



двенадцать

12

1 дес. *2 ед.*



Усвоение нумерации круглых десятков органически связывается с выполнением ***действий сложения и вычитания над круглыми десятками***. Эти действия сводятся в конечном счёте к выполнению действий над числами первого десятка: считаем десятками так же, как и единицами. Таким образом у учащихся формируется представление о десятке, как о новой единице счёта.

Согласно принципу противопоставления, полезно решать пары примеров с единицами и с десятками:

7 > 5	3 + 2	6 – 4	8 + 2	10 - 3
70 > 50	30 + 20	60 – 40	80 + 20	100 - 30

Числа, состоящие из десятков и единиц

Рекомендуются те же наглядные пособия: счётные палочки, абак, счёты, лента ста, метр. Метром можно измерить высоту стола и стула, длину и ширину стола, размеры которого не превышают метра, высоту подоконника. Измерения делают отвлечённые числа близкими, понятными, помогают связать изучение нумерации с жизнью.

Другое полезное пособие – таблица, в которой числа первой сотни записываются рядами-десятками [2, с. 106]. В подобной таблице удобно обобщить представления учащихся о чётных и нечётных числах: цифра единиц чётного числа - 0, 2, 4, 6 или 8; цифра единиц нечётного числа - 1, 3, 5, 7 или 9.

На этих пособиях учащиеся формируют следующие умения и навыки.

Счёт до 100 по одному. Некоторую трудность представляет собой переход через круглые числа (40, 60, 90 и др.). Поэтому необходимо обратить особое внимание на:

- образование каждого круглого числа из предыдущего;
- называние чисел в прямом и обратном порядке с переходом через данное круглое число.

Запись двузначного числа. Благодаря группировке единиц в десятки мы обозначаем круглые десятки теми же цифрами, что и простые единицы. При этом, чтобы отличить десятки от простых единиц, пользуемся принципом поместного значения цифр. Дети познакомились практически с этим принципом, когда проходили письменную нумерацию в пределах двадцати. Надо напомнить детям, что единицы пишут на первом месте справа, десятки — на втором. Что же касается нуля, то для него нет особого места: он пишется на месте единиц или на месте десятков (число 100), если их нет в данном числе.

Усвоение десятичного состава чисел первой сотни. Выполняются взаимно обратные операции:

- составление двузначного числа из десятков и единиц, например:

  Устно: 4 дес. и 2 ед. составляют число 42. *Письменно:* *4 дес.* *2 ед.*

  42

- разложение двузначного числа на десятки и единицы, например:

  Устно: число 37 состоит из 3 дес. и 7 ед. *Письменно:* *37*

  3 дес. *7 ед.*

Сравнение и упорядочивание чисел первой сотни. Работая на наглядных пособиях, необходимо подвести учащихся к формулировке и усвоению алгоритма сравнения чисел первой сотни на основе умения раскладывать число на разрядные слагаемые:

- вначале обращаем внимание на количестве цифр в записи сравниваемых чисел: однозначное число меньше любого двузначного числа;
- если оба числа двузначные, то обращаем внимание на цифры десятков: бóльшим является то число, которое содержит больше десятков;
- если цифры десятков сравниваемых чисел одинаковые, то обращаем внимание на цифры единиц: бóльшим является то число, которое содержит больше единиц.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Проанализируйте в учебнике 1-го класса страницы, отведённые для изучения чисел первой сотни, и выявите соответствие куррикулумным предписаниям.
2. Опишите возможные трудности первоклассников в изучении нумерации чисел первой сотни и предложите способы их предотвращения.
3. Разработайте задания для изучения чисел первой сотни на основе: а) принципа непрерывного повторения; б) принципа противопоставления; в) дидактического контрпримера.

Групповые проекты

1. Проведите сравнительный анализ методики изучения нумерации в концентрах 0-10, 0-20, 0-100.
2. Спроектируйте фрагмент урока по изучению чисел первой сотни с использованием: а) абака; б) ленты ста; в_ позиционных счётов. Представьте его коллегам, которые сыграют роль учеников класса.

5.2. Сложение и вычитание без перехода через разряд в концентре 0-100

Динамика изучения случаев сложения и вычитания в пределах 100 без перехода через десяток (1-й класс):

Этап	Сложение	Вычитание
1	• Дес.Ед. + Ед. = Дес.Ед. (42 + 3 = 45) • Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (3 + 42 = 45)	▪ Дес.Ед. - Ед. = Дес.Ед. (45 - 3 = 42)
2	• Дес.Ед. + Дес. = Дес.Ед. (42 + 30 = 72) • Дес. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (30 + 42 = 72)	▪ Дес.Ед. – Дес. = Дес.Ед. (72 – 30 = 42)

3	• Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (42 + 36 = 78)	▪ Дес.Ед. - Дес.Ед. = Дес.Ед. (78 - 36 = 42)

Все эти случаи сложения и вычитания требуют развитого навыка раскладывать двузначные числа на десятичные слагаемые.

Случаи сложения связаны с приёмами прибавления числа к сумме или суммы к числу (на основе сочетательного и переместительного свойств сложения):

- 42 + 3 = (40 + 2) + 3 = 40 + (3 + 2) = 40 + 5 = 45;
  3 + 42 = 42 + 3 = 45;
- 42 + 30 = (40 + 2) + 30 = (40 + 30) + 2 = 70 + 2 = 72;
  30 + 42 = 42 + 30 = 72;
- 42 + 36 = (40 + 2) + (30 + 6) = (40 + 30) + (2 + 6) = 70 + 8 = 78.

Случаи вычитания связаны с приёмами вычитания числа из суммы, суммы из числа или вычитания двух сумм:

- 45 - 3 = (40 + 5) - 3 = 40 + (5 - 3) = 40 + 2 = 42;
- 72 - 30 = (70 + 2) - 30 = (70 - 30) + 2 = 40 + 2 = 42;
- 78 - 36 = (70 + 8) - (30 + 6) = (70 - 30) + (8 - 6) = 40 + 2 = 42.

Для пояснения вычислений пользуются пучками-десятками и единичными палочками. Важно, чтобы дети усвоили словесные объяснения вычислительных приёмов. Например:

- 23 + 5. Сложим единицы между собой: 3 + 5 = 8. Получаем сумму 28.
- 56 - 4. Вычтем единицы между собой: 6 – 4 = 2. Получаем разность 52.
- 47 + 20. Сложим десятки между собой: 4 дес. + 2 дес. = 6 дес. Получаем сумму 67.
- 82 - 50. Вычтем десятки между собой: 8 дес. – 5 дес. = 3 дес. Получаем в ответе 32.
- 53 + 26. Сложим десятки между собой и единицы между собой. Получим 7 дес. и 3 ед., то есть число 73.
- 95 – 34. Вычтем десятки между собой и единицы между собой. Получим 6 дес. и 1 ед., то есть число 61.

Подобные рассуждения приучают детей сознательно выбирать приём для вычисления и пользоваться математической терминологией.

Сознательному отношению к вычислительным приёмам содействует решение блоков примеров, составленных по принципу противопоставления:

43 + 5	67 - 4
43 + 50	67 - 40
43 + 55	67 - 44

Упор делается на устные вычисления, но на третьем этапе учащиеся знакомятся с записью действий в столбик. При этом важно обратить внимание на то, что порядок письменного выполнения поразрядных вычислений – обратен устному: «Пишем десятки под десятками, единицы под единицами. Считаем справа налево: вначале складываем/вычитаем единицы между собой, затем – десятки между собой.»

5.3. Сложение и вычитание с переходом через разряд в концентре 0-100

Динамика изучения случаев сложения и вычитания в пределах 100 с переходом через десяток (2-й класс):

Этап	Сложение	Вычитание
1	• Дес.Ед. + Ед. = Дес. (26 + 4 = 50; 96 + 4 = 100) • Ед. + Дес.Ед. = Дес. (4 + 26 = 30; 4 + 96 = 100)	▪ Дес. – Ед. = Дес.Ед. (30 – 4 = 26; 100 – 4 = 96)
2	• Дес.Ед. + Ед. = Дес.Ед. (26 + 7 = 33) • Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (7 + 26 = 33)	▪ Дес.Ед. - Ед. = Дес.Ед. (33 - 7 = 26)
3	• Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес. (26 + 14 = 40; 26 + 74 = 100) • Дес.Ед. + Дес.Ед. = Дес.Ед. (26 + 37 = 63)	▪ Дес. – Дес.Ед. = Дес.Ед. (40 – 14 = 26; 100 – 74 = 26) ▪ Дес.Ед. - Дес.Ед. = Дес.Ед. (63 - 37 = 26)

Все эти случаи сложения и вычитания требуют развитого навыка раскладывать двузначные числа на десятичные слагаемые и устойчивого знания табличных случаев сложения и вычитания в пределах 20.

Случаи сложения связаны с приёмами прибавления числа к сумме или суммы к числу (на основе сочетательного и переместительного свойств сложения). Случаи вычитания связаны с приёмами вычитания числа из суммы, суммы из числа или вычитания двух сумм.

Устный счёт

Для пояснения устных вычислений пользуются пучками-десятками и единичными палочками.

Важно, чтобы дети усвоили словесные объяснения устных вычислительных приёмов. Приведём примеры подобных объяснений.

Сложение

Приём поразрядного сложения

- 26 + 4. Заметим, что при сложении единиц, получаем 1 десяток. Всего имеем 3 десятка, то есть число 30.
- 26 + 14. Заметим, что при сложении единиц получаем 1 десяток. Всего имеем 4 десятка, то есть число 90.

Приём последовательного сложения

- 26 + 7. Вначале дополним 26 до ближайшего круглого числа – до 30. Для этого прибавим 4 единицы. Осталось прибавить 3 единицы. Получаем 33.
- 26 + 37. Вначале прибавим 3 десятка и получим 56. Осталось прибавить 7 единиц. Прибавим 4 и дойдём до круглого числа 60, затем прибавим ещё 3. Получим 63.

Приём обратного счёта

- 30 - 4. Если посчитать от 30 обратно 4 единицы, получим 26.

Приём последовательного вычитания

- 40 – 14. Вначале отнимем 1 десяток и получим 30. Осталось отнять 4. Получим 26.
- 33 - 7. Вначале отнимем 3 единицы и получим 30. Осталось отнять 4. Получим 26.

- 63 - 37. Вначале отнимем 3 десятка, получим 33. Осталось отнять 7 единиц. Вначале отнимем 3 единицы, а затем от 30 — остальные 4 единицы. Получим 26.

Внимание! ***При устном счёте не следует начинать с единиц — это письменный приём.***

Письменный счёт

Письменный счёт выполняется в столбик, поразрядно, начиная с единиц. Важно, чтобы дети усвоили словесные объяснения письменных вычислительных приёмов. Приведём примеры подобных объяснений.

- 1
  26 +
  37
  63
  - Складываем единицы: 6 +7 = 13, то есть 1 десяток (пишем 1 над десятками – запасаем один десяток) и 3 единицы (пишем цифру 3 под единицами).
  - Складываем десятки: 2 + 3 = 5 и ещё 1 запасённый – всего 6 десятков (пишем цифру 6 под десятками).
  - Читаем ответ: 63.

- 63 -
  37
  26
  - Заметим, что не можем вычесть единицы, так как 3 < 7. Займём один десяток (поставим точку над десятками, чтобы не забыть). Теперь у нас 1 десяток и 3 единицы, то есть 13 единиц – и можно вычесть 7. Получим 6 (пишем цифру 6 под единицами).
  - Вычитаем десятки. После займа осталось 5 десятков, 5 – 3 = 2 десятка (пишем цифру 2 под десятками).
  - Читаем ответ: 26.

От теории к практике

Дифференцированные задания

1. Выявите основные трудности учащихся при изучении сложения и вычитания в пределах: а) 20; б) 100: без перехода через разряд; с переходом через разряд.
2. Приведите образцы работы с наглядностью при изучении сложения и вычитания в пределах 20; 100.
3. Приведите примеры дидактических игр для закрепления навыков сложения и вычитания в пределах 20 / 100 с переходом через разряд. Представьте игру коллегам, которые сыграют роль учеников класса.
4. Составьте итоговый математический диктант по теме «Сложение и вычитание в пределах 100 без перехода через разряд».

Групповое задание

1. Проведите сравнительный анализ методики изучении сложения и вычитания в пределах 20 и в пределах 100 с переходом через разряд.

6. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ПРОСТЫХ ЗАДАЧ НА СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ В ПЕРВОМ КЛАССЕ

6.1. Типы простых задач на сложение и вычитание

Большей частью, математические задачи в начальной школе представляют собой текстовые (сюжетные) арифметические задачи.

Текстовая (сюжетная) арифметическая задача – это прежде всего описание на естественном языке некоторого фрагмента объективной действительности. Текст задачи отличается от других естественно-языковых текстов тем, что это текст-размышление, который требует преобразования для достижения представленной в нем цели.

Дети сталкиваются с сюжетными задачами еще в дошкольном возрасте, когда, как и в начале первого класса, простые задачи (в одно действие) решаются в игровом ключе, с опорой на сюжетные картинки, предметные и графические модели.

Согласно куррикулуму, в первом классе вводятся все типы простых задач на сложение и на вычитание. Специфическая терминология включает понятия, выражающие для первоклассника этапы работы над задачей: условие задачи, вопрос задачи, краткая запись, решение, ответ.

Все разнообразие простых задач на сложение и вычитание удобно представить в виде матрицы, состоящей из 3 циклов, по 3 взаимообратных типа задач в каждом цикле [2, с. 28]. В каждом цикле выделяется прямая задача (см. закрашенные ячейки в таблице ниже), а две другие ей обратны.

Знание всех типов простых задач и связей между ними определяет методику работы над задачами в первом классе. Также оно необходимо учителю для эффективного структурирования систем задач для уроков, соблюдая соответствующие принципы: однотипности, полноты, непрерывного повторения, противопоставления.

Таблица 6.1. МАТРИЦА ПРОСТЫХ ЗАДАЧ НА СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

	ЦИКЛ	Типы простых задач на сложение	Типы простых задач на вычитание	
---УСЛОЖНЕНИЕ (ОБОБЩЕНИЕ)---	I Проблемные ситуации описывают **<u>объединение</u>** непересекающихся конечных множеств.	***на нахождение суммы*** *У Ани 3 конфеты, а у Пети – 2. Сколько всего у них конфет?* А. ... 3 к. П. ... 2 к. } ? к.	***на нахождение неизвестного слагаемого*** *Вместе, у Ани и Пети 5 конфет. Сколько конфет у Ани, если у Пети – 2?* А. ... ? к. П. ... 2 к. } 5 к.	*У Ани 3 конфеты. Сколько конфет у Пети, если всего у них 5 конфет?* А. ... 3 к. П. ... ? к. } 5 к.
	II Проблемные ситуации описывают **<u>отделение</u>** собственного подмножества из заданного конечного множества.	***на нахождение неизвестного уменьшаемого*** *Ваня купил ручку за 6 леев. У него осталось 4 лея. Сколько леев было у Вани вначале?* Было ... ? леев Потратил ... 6 леев Осталось ... 4 лея	***на нахождение остатка (разности)*** *У Вани было 10 леев. Он купил ручку за 6 леев. Сколько леев осталось у Вани?* Было ... 10 леев Потратил ... 6 леев Осталось ... ? леев	***на нахождение неизвестного вычитаемого*** *У Вани было 10 леев. После того, как он купил ручку, у него осталось 4 лея. Найди цену ручки.* Было ... 10 леев Потратил ... ? леев Осталось ... 4 лея
	III Проблемные ситуации описывают **<u>количественное сравнение или уравнивание</u>** непересекающихся конечных множеств.	***на увеличение числа на несколько единиц*** • *В коробке 5 красных карандашей, а синих – на 3 больше. Сколько синих карандашей в коробке?* (отношение разностного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции) • *В коробке 5 красных карандашей. Это на 3 меньше, чем синих. Сколько синих карандашей в коробке?* (отношение разностного сравнения задано в косвенной синтаксической конструкции) Красных ... 5 к. ← Синих ... ? к., на 3 к. больше	***на уменьшение числа на несколько единиц*** • *В коробке 8 синих карандашей, а красных – на 3 меньше. Сколько красных карандашей в коробке?* (отношение разностного сравнения задано в прямой синтаксической конструкции) • *В коробке 8 синих карандашей. Их на 3 больше, чем красных. Сколько красных карандашей в коробке?* (отношение разностного сравнения задано в косвенной синтаксической конструкции) Синих ... 8 к. ← Красных ... ? к., на 3 к. меньше	***на разностное сравнение*** *В коробке 5 красных и 8 синих карандашей. На сколько больше синих карандашей, чем красных?* Иные формулировки вопроса задачи: • *На сколько меньше красных карандашей, чем синих?* • *Каких карандашей больше (меньше) – синих или красных? На сколько?* • *Сколько красных карандашей нужно положить в коробку, чтобы их стало столько же, сколько синих?* • *Сколько синих карандашей нужно взять из коробки, чтобы их осталось столько же, сколько красных?* Красных ... 5 к. ← Синих ... 8 к. ← на ? к.

6.2. О семантике ключевых слов простых задач на сложение и вычитание

Ключевые слова простых задач на сложение и вычитание являются одинаковыми частями речи.

- **Ключевые слова в задачах первого и третьего цикла могут нести следующую смысловую нагрузку:**

1) ***Имена персонажей*** (имена собственные)

   Например:

   - *Аня нашла на пляже 2 ракушки, а Ваня 3 ракушки. Сколько всего ракушек нашли ребята?*

2) ***Названия видов предметов*** (в широком смысле) ***одной категории: вещей/ веществ/ живых существ/ лиц)*** (имена нарицательные)

   Например:

   - *На полке 2 куклы и 3 машинки. Сколько всего игрушек на полке?*
   - *Мама купила 2 кг соли и 3 кг сахара. Найди общий вес покупки.*
   - *На поляне 5 ежиков и 5 зайчат. Сколько всего зверят на поляне?*
   - *Во дворе 5 мальчиков и 5 девочек. Сколько всего ребят во дворе?*

3) ***Признаки предметов*** (имена прилагательные)

   Например:

   - *Узнай, сколько всего у бабушки гусей, если у нее 2 серых и 3 белых гуся.*
   - *Миша построил башню из 2 больших и 3 маленьких кубиков. Сколько всего кубиков в башне?*
   - *В витрине 5 деревянных и 5 пластиковых линеек. Сколько всего в витрине линеек?*

4) ***Одновременные или последовательные действия/ состояния предметов*** (глаголы)

   Например:

   - *Сколько всего в комнате детей, если 2 из них читают, а 3 рисуют?*
   - *Сколько всего в автобусе пассажиров, если 2 из них стоят, а 3 сидят?*
   - *В автобусе было 5 пассажиров. Зашли ещё 2 пассажира. Сколько пассажиров стало в автобусе?*
   - *У обезьянки Читы было 2 банана. Она получила в подарок ещё 5 бананов. Сколько теперь у Читы бананов?*

5) ***Время/ место совершения действия*** (наречия или порядковые числительные)

   Например:

   - *Вчера Таня прочитала 3 страницы, а сегодня – 4. Сколько всего страниц прочитала Таня за эти два дня?*
   - *Слева от пешеходного перехода остановились 2 автомобиля, а справа – 3. Сколько всего автомобилей стоят у перехода?*
   - *В первой корзинке – 10 яблок, а во второй – 20. Сколько всего яблок в этих корзинках?* (ключевые слова записываются римскими цифрами)

- **Ключевые слова задач второго цикла описывают последовательные действия/ состояния предметов в так называемой динамической ситуации** (чаще всего – это глаголы).

   Например:

   - *У Ани было 8 орехов. Она дала 4 ореха подружкам. Сколько орехов осталось у Ани?*

6.3. Этапы работы над простой задачей в первом классе

1-й этап. Чтение и понимание задачи

- **Чтение задачи, выделение условия и вопроса задачи.** Особое внимание нужно обратить на задачи, условие и вопрос которых переплетены между собой.
- **Пересказ задачи своими словами.** Учитель должен создать учебные ситуации, исключающие возможность банального повторения текста задачи, направляя усилия учащихся на понимание. Например: «Представьте себе, что вы являетесь персонажем задачи и перескажите события так, как они разворачивались.»
- **Определение ключевых (главных/опорных) слов**. Учитель направляет краткий пересказ задачи, опуская несущественное и подчеркивая (включительно интонационно) ключевые слова. Если ключевые слова не встречаются в тексте задачи, то для их определения необходима хорошо продуманная и мастерски выполненная специальная работа (например, на основе эвристической беседы).

  В финале этого этапа ключевые слова записываются в столбик на доске и в тетрадях, обеспечивая переход к следующему этапу работы над задачей.

2-й этап. Краткая запись задачи

Дополнение краткой записи на основе ранее записанных ключевых слов должно обеспечить:

- запись числовых данных и отношений, заданных в задаче;
- указывание вопроса задачи с помощью вопросительного знака.

Краткая запись должна ясно представлять логическую структуру задачи, данные и искомое, математические отношения, заданные в задаче. Верная краткая запись поможет учащемуся понять и решить задачу, а также постепенно прийти к необходимым обобщениям.

По необходимости, учитель может направить пересказ задачи по составленной краткой записи.

3-й этап. Решение задачи

При формировании навыков решения задач, работа на этом этапе включает: а) решение задачи с опорой на предметные действия или рисунки; б) запись решения примером; в) устную формулировку полного ответа и запись краткого ответа.

Когда умения учащихся решать простые задачи достаточно прочно сформированы, решение с опорой на предметные действия или рисунки можно опустить. Но на начальном этапе эта деятельность необходима, так как обеспечивает понимание.

Запись решения не выполняется ни по плану, ни с пояснением, как в случае составных задач, потому что простые задачи решаются одним действием, а значит не могут иметь плана решения. Записывается арифметическое действие, и в скобках после полученного числа записывается сокращенное обобщающее слово. Например, если в задаче говорится о мальчиках и девочках, то обобщающим словом может быть «дети»/«ребята»/ «учащиеся».

4-й этап. Дополнительные задания после решения задачи

Этот этап предполагает структурирование и переструктурирование знаний и навыков и призван обеспечить рефлексивный подход к выполненному решению, а также способствовать развитию творчества и фантазии детей. Дополнительные задания после решения задачи могут включать:

- **развитие математического языка** на основе прочтения полученного примера с помощью разнообразных элементов математического языка, сопутствующего действиям сложения и вычитания;
- **раскрытие (закрепление) правила** нахождения неизвестного компонента действия сложения или вычитания;
- **изменение решенной задачи** согласно заданным условиям, что позволяет углубить понимание отношений между величинами, встречающимися в задаче;
- **составление задачи, аналогичной решенной**, что способствует формированию компетенции по формулированию задач.

6.4. Трудности первоклассников при решении простых задач на сложение и вычитание

Чаще всего, первоклассники обнаруживают следующие трудности при решении задач:

- выделение условия задачи и ее вопроса;
- определение ключевых слов;
- упорядочивание ключевых слов согласно разворачиванию событий, описанных в задаче (для задач, описывающих динамическую ситуацию);
- указание искомого в краткой записи;
- выбор арифметического действия для решения задачи;
- формулировка ответа задачи.

Ниже предлагаются методические разработки по предотвращению и преодолению некоторых из этих трудностей.

Выделение условия задачи и ее вопроса

Необходимые знания

Задача состоит их двух частей: условие задачи и вопрос задачи.
Из условия задачи узнаём, что в задаче известно (дано).
Из вопроса задачи узнаём, что в задаче нужно найти (вычислить, узнать).
Вопрос задачи может быть задан отдельным предложением (не обязательно вопросительным), но также может быть переплетен с условием задачи.

Для формирования умений по выделению условия задачи и ее вопроса эффективна работа на основе направленного чтения и проблематизации, включающая конкретные действия (подчеркивание). Подобная работа обеспечивает перенос общих знаний о частях задачи на частные случаи решаемых задач.

Пример 1. Вопрос задачи задан отдельным предложением.

На доске вывешивается плакат с задачей: *На полке 2 куклы и 3 машинки. Сколько всего игрушек на полке?* Каждому ученику выдается карточка с этой задачей.

После прочтения задачи учителем, затем одним из учащихся (остальные следят пальчиком по тексту), проводится следующая работа.

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
- Из каких частей состоит задача?	- Задача состоит их двух частей: условие задачи и вопрос задачи.
- Что узнаём из условия задачи?	- Из условия задачи узнаём, что в задаче известно.
- Перечитайте задачу самостоятельно (шепотом) и найдите в ней условие – ту её часть, из которой мы узнаём то, что в задаче известно.	Выполняют задание учителя.
Прошу одного ученика прочитать только условие задачи.	- *На полке 2 куклы и 3 машинки.*
Прошу другого ученика выйти к доске и подчеркнуть на плакате условие задачи зеленым маркером. Затем прошу учащихся подчеркнуть зеленым условие задачи на своей карточке.	Выполняют задание учителя.
- Что узнаём из вопроса задачи?	- Из вопроса задачи узнаём, что в задаче нужно найти.
- Перечитайте задачу самостоятельно (шепотом) и найдите в ней вопрос – ту её часть, из которой мы узнаём то, что в задаче нужно найти.	Выполняют задание учителя.
Прошу одного ученика прочитать только вопрос задачи.	- *Сколько всего игрушек на полке?*
Прошу другого ученика выйти к доске и подчеркнуть на плакате вопрос задачи красным маркером. Затем прошу учащихся подчеркнуть красным вопрос задачи на своей карточке.	Выполняют задание учителя.
- Вопрос задачи задан отдельным предложением. Какой знак стоит на его конце?	- На конце стоит вопросительный знак.
Переформулируйте вопрос задачи так, чтобы на конце стояла точка.	- Найдите (узнайте), сколько всего игрушек на полке.

Пример 2. Вопрос задачи переплетен с ее условием.

На доске вывешивается плакат с задачей: *В букете 7 роз: белые и красные. Сколько красных роз в букете, если белых – 2?* Каждому ученику выдается карточка с этой задачей.

После прочтения задачи учителем, затем одним из учащихся (остальные следят пальчиком по тексту), проводится следующая работа.

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
- Из каких частей состоит задача?	- Задача состоит их двух частей: условие задачи и вопрос задачи.
- Что узнаём из вопроса задачи?	- Из вопроса задачи узнаём, что в задаче нужно найти.

- Перечитайте задачу самостоятельно (шепотом) и найдите в ней вопрос – ту её часть, из которой мы узнаём то, что в задаче нужно найти.	Выполняют задание учителя.
Прошу одного ученика прочитать только вопрос задачи.	- *Сколько красных роз в букете?*
Прошу другого ученика выйти к доске и подчеркнуть на плакате вопрос задачи красным маркером. Затем прошу учащихся подчеркнуть красным вопрос задачи на своей карточке.	Выполняют задание учителя.
- Если из текста задачи убрать ее вопрос, то что останется?	- Останется условие задачи.
Перечитайте самостоятельно (шепотом) то, что осталось неподчеркнутым, и выделите условие задачи – ту её часть, из которой мы узнаём то, что в задаче известно. Внимание! В оставшейся части есть связующее слово, которое в условие задачи не включаем.	
Прошу одного ученика прочитать только условие задачи.	- *В букете 7 роз: белые и красные. Белых – 2.*
- Какое слово не включили в условие задачи?	- Не включили слово *если.*
Прошу другого ученика выйти к доске и подчеркнуть на плакате условие задачи зеленым маркером. Затем прошу учащихся подчеркнуть зеленым условие задачи на своей карточке.	Выполняют задание учителя.
- Теперь перечитайте задачу так, чтобы сначала шло ее условие, а потом ее вопрос.	- *В букете 7 роз: белые и красные. Белых – 2. Сколько красных роз в букете?*

Следует отметить, что в случаях переплетения условия задачи с ее вопросом не всегда целесообразно определять части задачи при работе над пониманием задачи. Это можно осуществить при дополнении краткой записи по ключевым словам.

Определение ключевых слов в простых задачах первого и второго цикла, в которых встречается слово «стало» или «теперь»

Например:

Цикл	Простая задача на нахождение суммы	Простая задача на нахождение слагаемого	
I	В автобусе было 5 пассажиров. Зашли ещё 2 пассажира. Сколько пассажиров **стало** в автобусе? (Сколько **теперь** пассажиров в автобусе?) *Было ... 5 п.* *?п.* *Зашли... 2 п.*	В автобус зашли 2 пассажира. **Теперь** в автобусе 7 пассажиров. Сколько пассажиров было в автобусе в начале? *Было ... ? п.* *7 п.* *Зашли... 2 п.*	В автобусе было 5 пассажиров. Сколько пассажиров зашли в автобус, если **теперь** там 7 пассажиров? *Было ... 5 п.* *7 п.* *Зашли... ? п.*
II	На остановке из автобуса вышли 2 пассажира. **Теперь** в автобусе 3 пассажира. Сколько пассажиров было в начале в автобусе? *Было ... ? п.* *Вышли ... 2 п.* *Осталось ... 3 п.*	В автобусе было 5 пассажиров. На остановке вышли 2 пассажира. Сколько **теперь** пассажиров в автобусе? *Было ... 5 п.* *Вышли ... 2 п.* *Осталось ... ? п.*	В автобусе было 5 пассажиров. Сколько пассажиров вышли на остановке, если **теперь** в автобусе 3 пассажира? *Было ... 5 п.* *Вышли ... ? п.* *Осталось ... 3 п.*

В задачах первого цикла слова *стало* и *теперь* не записываются третьим ключевым словом, а ассоциируются с суммой (*стало всего, теперь всего*). Запись третьего ключевого слова *стало* или *теперь* может не повлиять на верность решения конкретной задачи, однако затруднит обобщение данного цикла задач. Также может вызвать трудности во втором классе при краткой записи составных задач, в которых встречаются данные слова.

Слова *теперь* и *стало* могут встречаться и в задачах второго цикла. В этом случае, они ассоциируются с разностью, а в краткой записи им соответствует третье ключевое слово *осталось*.

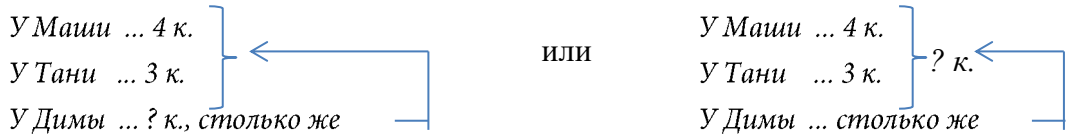
Для предотвращения трудностей, при работе по чтению и пониманию задачи необходимо обеспечить понимание того, стало ли теперь больше или меньше, а затем переформулировать задачу, вводя, соответственно, слово *всего* или *осталось*.

- Если теперь стало больше, то можно сказать *всего* и обозначить в краткой записи фигурной скобкой.
- Если теперь стало меньше, то можно сказать *осталось*, и это будет третье ключевое слово.

Определение ключевых слов в простых задачах на нахождение суммы, когда искомая сумма задана неявно, с помощью словосочетания «столько же»

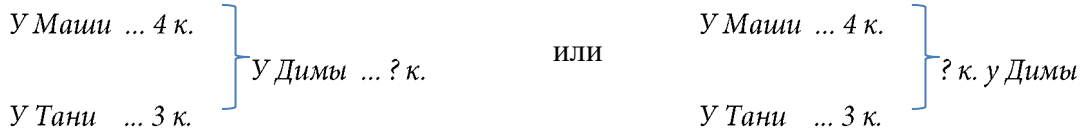
Например: *У Маши 4 конфеты, у Тани – 3, а у Димы – **столько же, сколько у девочек вместе**. Сколько конфет у Димы?*

Обычно, краткая запись подобных задач выполняется следующим образом:



Однако, это отличается от общей структуры краткой записи простых задач на нахождение суммы и, следовательно, может затруднить обобщение задач данного типа задач.

Для предотвращения трудностей, в работе по краткой записи задачи необходимо опираться на слово *вместе/всего*, которое, как обычно, обозначается фигурной скобкой. Таким образом, получится краткая запись нужной структуры:



Определение ключевых слов в простых задачах второго цикла

При решении простых задач второго цикла встречаются особые трудности:

- **когда ключевые слова встречаются в тексте задачи в последовательности, несоответствующей этапам описываемой в задаче динамической ситуации**
  Например: *Во дворе было 10 ребят. Сколько осталось, после того как 4 из них ушли?*
- **когда хотя бы одно из ключевых слов не содержится в тексте задачи**
  Например: *Маша оплатила калач купюрой в 20 леев. Калач стоил 3 лея. Какую сдачу получила Маша?* (ключевые слова: было, потратила/потрачено, осталось/сдача)
- (смешанный случай) **когда не все ключевые слова встречаются в тексте задачи, и их последовательность не соответствует ходу описываемых событий**

Например: *Егор купил ручку за 3 лея. Он оплатил покупку купюрой в 10 леев. Какую сдачу должен получить Егор?* (ключевые слова: было, потратил/потрачено, осталось/сдача)

Чтобы преодолеть возможные трудности, можно использовать приём персонификации: пересказ задачи от первого лица, с восстановлением реального порядка событий. Нужно представить себя на месте Егора и пересказать все события, описанные в задаче в том порядке, как они происходили на самом деле: «Я – Егор. У меня было 10 леев. Я пошел в магазин и купил ручку. На покупку я потратил 3 лея. Сколько леев у меня осталось? / Сколько леев я получил сдачи?» Однако, это достаточно сложная деятельность для первоклассников.

Важно разъяснить детям, что в задаче речь идет о счете леев, важны леи, а не ручка. Поэтому ключевые слова должны относиться к леям.

Например, вместо слова «было», учащиеся могут предложить слово «оплатил». Однако, оплачивают покупку, а не леи. Поэтому слово «оплатил» не подходит.

Также, дети могут предложить слово «купил» вместо потратил. И в этом случае объясняем, что слово «купил» относится к ручке, а не к леям, которые мы должны считать в задаче (покупая ручку, Егор потратил леи).

Для предотвращения возможных трудностей, при пересказе задачи своими словами на первом этапе работы над задачей рекомендуется облегченная (на основе неполных предложений) **эвристическая беседа с опорными словами: вначале, затем, в конце**. Учитель начинает предложение, а ученики заканчивают хором. Важно так построить неполное предложение, чтобы его окончание было единственно возможным – искомым ключевым словом. При этом, учитель не произносит ни одного из

ключевых слов, их определяют и произносят только учащиеся. Это придает первоклассникам уверенность в собственных силах, а со временем они с легкостью проводят подобную работу самостоятельно – по образцу работы, проводимой учителем.

Например: *Маша купила ручку за 4 лея. У нее осталось 6 леев. Сколько леев было у Маши вначале?*

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Представим себе, что мы с вами надели шапки-невидимки и наблюдаем за Машей.[8]	«Надевают» шапки-невидимки.
Вначале мы видим, как Маша идёт по улице. Светит солнце, Маша улыбается, у неё хорошее настроение.	«Наблюдают» за Машей.
Вначале у Маши несколько леев...	... было.
Затем Маша остановилась у киоска и купила ручку. Для этого она несколько леев...	 ... потратила.
В конце у Маши несколько леев...	... осталось.
Повторим кратко: Вначале у Маши несколько леев... Затем она купила ручку и для этого она несколько леев... В конце у Маши несколько леев...	 ... было. ... потратила. ... осталось.
Значит, какие слова в задаче – ключевые?	Было, потратила, осталось
Запишем ключевые слова в столбик, с заглавной буквы.	

Далее приводится описание примера работы по **преподаванию** простых задач в первом классе, в ключе предотвращения возможных трудностей.

Модуль 5: *Расцвел подснежник.* Натуральные числа 0 - 100. Сложение и вычитание в концентре 0 - 100

Тема урока: Нахождение неизвестного вычитаемого.

Тип урока: урок формирования способностей к добыванию знаний.

Единицы компетенций:

5.4. Использование математической терминологии, сопутствующей понятиям натурального числа, сложения, вычитания.

5.7. Решение простых задач на сложение и на вычитание, с опорой на краткую запись, решение, ответ.

Цели урока: В конце урока учащиеся покажут, что способны:

Ц1: определять последовательные этапы работы над задачей: краткая запись, решение, ответ;

Ц2: решать простые задачи на нахождение вычитаемого с помощью предметных действий и примером;

Ц3: формулировать правило нахождения неизвестного вычитаемого, демонстрируя стремление к верности и связности математического языка;

Ц4: проявлять любознательность и критическое мышление при выполнении математических заданий.

Дидактические стратегии:

Формы организации класса: фронтальная; фронтально-индивидуальная.

Дидактические методы/техники: работа с учебником, направленное чтение, эвристическая беседа, проблематизация, демонстрация, техника рефлексии «Открытый микрофон».

Дидактические средства: учебники, тетради, счетные палочки, одноразовые стаканы, игрушечный микрофон.

Стратегии КОД: ИФО.

[8] Выполнение конкретных действий «включает» детей в ситуацию, описанную в задаче, а также вводит игровые элементы в учебную деятельность.

ОТРЫВОК УРОКА: ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ СМЫСЛА. РАБОТА НАД ЗАДАЧЕЙ

Деятельность учителя	Деятельность учащегося
Этап 1. Чтение и понимание задачи	
➢Читаю задачу. Прошу детей следить по учебнику. ➢Прошу одного ученика перечитать задачу вслух, а остальных – следить по учебнику. ➢Прошу всех перечитать задачу самостоятельно и подумать, о ком говорится в задаче. ➢Прошу всех еще раз перечитать задачу и подумать, где может находиться этот бельчонок. - Давайте вообразим, что у нас есть волшебные очки, с помощью которых мы можем видеть все, что происходит в дупле бельчонка. «Наденем» очки и посмотрим внимательно. Вот – лес, в лесу большое раскидистое дерево. Шелестит листва, слышно пение птиц... Хорошо в лесу! А вот – дупло на дереве, а в дупле – бельчонок. Опишите его. Какой он? - Вначале мы увидели, что у бельчонка несколько орехов ... Верно - было. - Затем мы увидели, что бельчонок несколько орехов ... Да – съел. - И в конце мы видим, что у бельчонка несколько орехов... Правильно – осталось. - Значит, какие слова в задаче главные? ➢Записываю главные слова в столбик на доске. Отступаем одну клеточку от самого длинного главного слова и в следующей клеточке пишем три точки. На том же уровне ставим три точки к остальным главным словам.	*У бельчонка было 27 орехов. Сколько орехов он съел, если осталось 4 ореха?* [3, с. 111]. - В задаче говорится о бельчонке. - Бельчонок может находиться на дереве, в своем дупле, где он запас орехи. «Надевают» очки и «всматриваются». - У бельчонка рыжая шерстка, пушистый хвост, крепкие зубы, которыми он может разгрызать орехи. ... было. ... съел. ... осталось. - Главные слова: Было, Съел, Осталось. Учащиеся пишут в тетрадях: *Было ...* *Съел ...* *Осталось ...*
Этап 2. Краткая запись задачи	
➢ ***Теперь ответим на вопросы и дополним краткую запись задачи.*** - Знаем ли мы, сколько орехов у бельчонка было? - Знаем ли мы, сколько орехов бельчонок съел? - Знаем ли мы, сколько орехов у бельчонка осталось? ➢ ***По необходимости, обеспечиваю понимание краткой записи.*** Прошу учеников пересказать задачу по краткой записи. Направляю пересказ показом в краткой записи на доске. Начинаю предложения, а учащиеся их заканчивают.	- Знаем – 27 орехов. Пишем сокращенно: *27 ор.* - Не знаем. Пишем: *? ор.* - Знаем – 4 ореха. Пишем: *4 ор.* На доске и в тетрадях получилась краткая запись: *Было ... 27 ор.* *Съел ... ? ор.* *Осталось ... 4 ор.*

Этап 3. Решение задачи	
а) Решение с опорой на предметные действия	
- Отступаем ряд и пишем посередине следующего ряда *Решение.* - Давайте решим задачу сначала на счетных палочках. - Выложите на парты столько палочек, сколько орехов у бельчонка <u>было</u>. Прошу одного ученика сказать, сколько палочек он выложит и как он это сделает.	- Я выложу 27 палочек: 2 пучка-десятка и ещё 7 отдельных палочек.
- И вот бельчонок ел, ел, ел орехи, пока у него не осталось ... - Переложите в стакан[9] столько палочек, сколько орехов у бельчонка <u>осталось</u>.	- ...4 ореха.
- Как же узнать на палочках, сколько орехов бельчонок <u>съел</u>? - Сосчитайте. Сколько получается?	- Нужно сосчитать оставшиеся на парте палочки. - 23 палочки: 2 пучка-десятка и ещё 3 отдельные палочки.
- Значит, сколько орехов съел бельчонок?	- Бельчонок съел 23 ореха.
б) Запись решения примером	
- Как мы получили 23? - Верно. От всех 27 орехов, которые были у бельчонка вначале, отняли 4 оставшихся ореха и узнали, что бельчонок съел 23 ореха.	- От 27 отняли 4 и получили 23.
- Как запишем это примером? - Получили 23 – чего? Что напишем в скобках?[10]	На доске и в тетрадях получилось: *Решение:* *27 - 4 = 23 (ор.)*
в) Запись ответа задачи	
- Итак, мы решили задачу. Что теперь нужно записать? - А что нужно сделать, чтобы получить ответ задачи? ➢Прошу одного ученика перечитать вопрос задачи по краткой записи. ➢Прошу этого же ученика сформулировать устно полный ответ, а другого – краткий ответ. ➢Пишу на доске краткий ответ: *Ответ: 23 ор.*	- Теперь нужно записать ответ задачи. - Нужно перечитать вопрос задачи и ответить на него. - Вопрос задачи: «Сколько орехов съел бельчонок?» - Полный ответ: «Бельчонок съел 23 ореха.» Учащиеся записывают в тетрадях краткий ответ.
Этап 4. Дополнительное задание после решения задачи	

[9] У каждого учащегося на парте - одноразовый стакан.
[10] Учитель пишет пример на доске более разреженно, учитывая, что на следующем этапе работы над задачей нужно будет разместить на числах карточки.

Работа над выявлением правила нахождения неизвестного вычитаемого

➢Прошу учащихся сверить записи в тетрадях с учебником и определить, верно ли мы решили задачу, а также выявить отличия.

Учащиеся должны заметить, что к краткой записи и к решению задачи в учебнике приложены карточки с сокращенными названиями компонентов и результата действия вычитания.

- Как вы думаете, почему названия на двух карточках записаны зеленым, а на одной – красным?

- Зелёным обозначаем то, что известно, а красным – то, что неизвестно.

➢Показываю такие же карточки. Обращаю внимание на то, что на одной стороне написано зеленым, а на обратной стороне – красным. Прошу учащихся прочитать записанные на карточках математические термины.

- *Ум.* – уменьшаемое; *Выч.* – вычитаемое; *Р.* - разность.

- Как еще называется разность?

- Разность еще называется остатком.

- Посмотрите в краткую запись. Какое из главных слов показывает остаток, разность?

- Слово *Осталось*.

- Прошу одного ученика прикрепить карточку *Р.* к записанной на доске краткой записи, к слову *Осталось.* Прошу пояснить, какой цвет нужно выбрать.

- Выбираю зеленый цвет, потому что нам в задаче известно, сколько орехов осталось.

- Прошу прикрепить оставшиеся две карточки к соответствующим главным словам и пояснить.

Один ученик (или двое) прикрепляет оставшиеся две карточки и поясняют (зелёный цвет – известно, красный цвет – неизвестно).

На доске получается воспроизведение модели краткой записи, заданной в учебнике.

➢Теперь перенесём карточки на числа в примере, которым решили задачу.

Находят карточку *Ум.* – уменьшаемое.

- Первое число в примере – 27. Найдите его в краткой записи, затем найдите соответствующую карточку.

Переношу карточку *Ум.* в пример – прикрепляю ее поверх числа 27.

Направляю аналогичным образом действия учащихся по переносу карточек из краткой записи – в пример. На доске получается воспроизведение модели правила, заданной в учебнике: *Ум. – Р. = Выч.*

➢Направляю прочтение правила по карточкам слева направо. Сначала читаем хором, затем вызываю несколько учащихся к доске для прочтения с показом.

- Из уменьшаемого вычитаем разность и получаем вычитаемое.

Направляю прочтение правила по карточкам справа налево. Сначала читаем хором, затем вызываю несколько учащихся к доске для прочтения с показом.

- Чтобы найти вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. *Национальный куррикулум. Начальное образование.* Кишинев: МОКИ, 2018.
2. Урсу, Л., Лупу И., Ясински, Ю. *Математика. Учебник, 1-й класс.* Chişinău: Prut, 2021.
3. Урсу, Л., Лупу И., Ясински, Ю. *Математика. Учебник, 2-й класс.* Chişinău: Prut, 2021.
4. *Гид по внедрению куррикулума для начального образования.* Кишинев: МОКИ, 2018.
5. Урсу, Л., Лупу И., Ясински, Ю. *Гид по внедрению учебника по математике, 1-й класс.* Chişinău: Prut, 2021.
6. Урсу, Л., Лупу И., Ясински, Ю. *Гид по внедрению учебника по математике, 2-й класс.* Chişinău: Prut, 2021.
7. Критериальное оценивание через дескрипторы в начальном образовании, 1-4 классы. Кишинев: МОКИ, 2019.